Lógica en Acción

Capítulo 2: Lógica Proposicional

http://www.logicinaction.org/

Ejemplo: en el restaurante

Estás en un restaurante con tus padres esperando la comida. Tu padre ordeno pescado, tu madre un platillo vegetariano y tu ordenaste carne. Un mesero, distinto al que tomó la orden, trae la comida. ¿Qué puede hacer para saber que plato le corresponde a cada persona?

Ejemplo: todavía en el restaurante

Después de finalizar la comida, se acerca otro mesero y pregunta **"¿Todos quieren café?"**. Tu padre responde **"No sé"**, tu madre responde **"No sé"**, y entonces tu respondes **"No, no todos queremos café"**. El mismo mesero regresa y les da el café a las personas correctas. Suponiendo que cada persona solo sabía si ella quería o no café, ¿Qué razonamiento siguió el mesero? ¿A quién le dieron café y a quien no?

Ejemplo: sudoku

1	.	.
.	.	2
.	.	.

Ejemplo: sudoku

1	·	**3**
·	·	2
·	·	·

Ejemplo: sudoku

1	**2**	3
·	·	2
·	·	**1**

Ejemplo: sudoku

1	2	3
3	·	2
·	**3**	1

Ejemplo: sudoku

1	2	3
3	**1**	2
2	3	1

Ejemplo

	Si tomas el medicamento te mejorarás.
	Estas tomando el medicamento.
¿?	Por lo tanto te mejorarás.

Ejemplo

Si tomas el medicamento te mejorarás.

Estas tomando el medicamento.

✓ ———————————————

Por lo tanto te mejorarás.

Ejemplo

✓

Si tomas el medicamento te mejorarás.
Estas tomando el medicamento.

Por lo tanto te mejorarás.

¿?

Si tomas el medicamento te mejorarás.
Estas mejorando.

Por lo tanto, tomaste el medicamento.

Ejemplo

✓

Si tomas el medicamento te mejorarás.
Estas tomando el medicamento.

Por lo tanto te mejorarás.

✗

Si tomas el medicamento te mejorarás.
Estas mejorando.

Por lo tanto, tomaste el medicamento.

Ejemplo

	Si tomas el medicamento te mejorarás.
	No estas tomando el medicamento.
¿?	Por lo tanto no mejorarás.

Ejemplo

Si tomas el medicamento te mejorarás.

No estas tomando el medicamento.

✗

Por lo tanto no mejorarás.

Ejemplo

Si tomas el medicamento te mejorarás.
No estas tomando el medicamento.

✗ ———

Por lo tanto no mejorarás.

Si tomas el medicamento te mejorarás.
No estas mejorando.

¿? ———

No tomaste el medicamento.

Ejemplo

✗

Si tomas el medicamento te mejorarás.
No estas tomando el medicamento.

Por lo tanto no mejorarás.

✓

Si tomas el medicamento te mejorarás.
No estas mejorando.

No tomaste el medicamento.

Inferencia válida

$$\frac{\boldsymbol{A_1}, \ldots, \boldsymbol{A_n}}{\boldsymbol{C}}$$

Inferencia válida

$$\frac{\boldsymbol{A_1, \ldots, A_n}}{\boldsymbol{C}}$$

Una inferencia es **válida** si y solo si en **todos** los casos en los que **todas** las premisas son verdaderas, la conclusión es también verdadera.

Si una inferencia es válida ¿Que sabemos?

Supongamos que la siguiente inferencia es válida

$$\frac{\boldsymbol{A_1}, \ldots, \boldsymbol{A_n}}{\boldsymbol{C}}$$

Entonces

Si una inferencia es válida ¿Que sabemos?

Supongamos que la siguiente inferencia es válida

$$\frac{\boldsymbol{A_1}, \ldots, \boldsymbol{A_n}}{\boldsymbol{C}}$$

Entonces

1. si **todas** las premisas $\boldsymbol{A_1}, \ldots, \boldsymbol{A_n}$ son verdaderas, la conclusión $\boldsymbol{C}$ debe ser verdadera.

Si una inferencia es válida ¿Que sabemos?

Supongamos que la siguiente inferencia es válida

$$\frac{A_1, \ldots, A_n}{C}$$

Entonces

1. si **todas** las premisas $A_1, \ldots, A_n$ son verdaderas, la conclusión C debe ser verdadera.
2. si la conclusión C es falsa, **al menos una** premisa A_i debe ser falsa.

Buscando patrones (1)

Dos inferencias válidas:

Si tomas el medicamento, entonces te mejorarás.
Estas tomando el medicamento.

Por lo tanto te mejorarás.

Si saltas del 4to piso, entonces volarás.
Saltas del 4to piso.

Por lo tanto volarás.

Buscando patrones (1)

Dos inferencias válidas:

Si **tomas el medicamento**, entonces **te mejorarás**.
Estas tomando el medicamento.

Por lo tanto **te mejorarás**.

Si **saltas del 4to piso**, entonces **volarás**.
Saltas del 4to piso.

Por lo tanto **volarás**.

Buscando patrones (1)

Dos inferencias válidas:

Si $\boldsymbol{A}$, entonces $\boldsymbol{B}$.
$\boldsymbol{A}$.

Por lo tanto $\boldsymbol{B}$.

Si $\boldsymbol{E}$, entonces $\boldsymbol{F}$.
$\boldsymbol{E}$.

Por lo tanto $\boldsymbol{F}$.

Buscando patrones (2)

Otra inferencia válida:

Si tomas el medicamento, entonces te mejorarás.

No estás mejorando.

Por lo tanto no tomaste el medicamento.

Buscando patrones (2)

Otra inferencia válida:

Si **tomas el medicamento**, entonces **te mejorarás**.

No estás mejorando.

Por lo tanto **no tomaste el medicamento**.

Buscando patrones (2)

Otra inferencia válida:

Si $\boldsymbol{A}$, entonces $\boldsymbol{B}$.
no $\boldsymbol{B}$.

Por lo tanto no $\boldsymbol{A}$.

La pregunta principal

¿Cómo identificar patrones de inferencia válidos?

Ejemplo

- A1 Al menos uno de ellos es culpable.
- A2 No todos son culpables.
- A3 Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable.
- A4 Si la señorita Scarlet es inocente, entonces el Coronel Mustard también es inocente.

Ejemplo

inocente	inocente	inocente
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
culpable	inocente	inocente
culpable	inocente	culpable
culpable	culpable	inocente
culpable	culpable	culpable

Ejemplo

A1 Al menos uno de ellos es culpable.

inocente	inocente	inocente
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
culpable	inocente	inocente
culpable	inocente	culpable
culpable	culpable	inocente
culpable	culpable	culpable

Ejemplo

A1 Al menos uno de ellos es culpable.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
culpable	inocente	inocente
culpable	inocente	culpable
culpable	culpable	inocente
culpable	culpable	culpable

Ejemplo

A1 Al menos uno de ellos es culpable.

A2 No todos son culpables.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
culpable	inocente	inocente
culpable	inocente	culpable
culpable	culpable	inocente
culpable	culpable	culpable

Ejemplo

A1 Al menos uno de ellos es culpable.

A2 No todos son culpables.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
culpable	inocente	inocente
culpable	inocente	culpable
culpable	culpable	inocente
~~culpable~~	~~culpable~~	~~culpable~~

Ejemplo

A1 Al menos uno de ellos es culpable.

A2 No todos son culpables.

A3 Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
culpable	inocente	inocente
culpable	inocente	culpable
culpable	culpable	inocente
~~culpable~~	~~culpable~~	~~culpable~~

Ejemplo

- A1 Al menos uno de ellos es culpable.
- A2 No todos son culpables.
- A3 Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
~~culpable~~	~~inocente~~	~~inocente~~
culpable	inocente	culpable
~~culpable~~	~~culpable~~	~~inocente~~
~~culpable~~	~~culpable~~	~~culpable~~

Ejemplo

- A1 Al menos uno de ellos es culpable.
- A2 No todos son culpables.
- A3 Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable.
- A4 Si la señorita Scarlet es inocente, entonces el Coronel Mustard también es inocente.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
inocente	inocente	culpable
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
~~culpable~~	~~inocente~~	~~inocente~~
culpable	inocente	culpable
~~culpable~~	~~culpable~~	~~inocente~~
~~culpable~~	~~culpable~~	~~culpable~~

Ejemplo

A1 Al menos uno de ellos es culpable.

A2 No todos son culpables.

A3 Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable.

A4 Si la señorita Scarlet es inocente, entonces el Coronel Mustard también es inocente.

~~inocente~~	~~inocente~~	~~inocente~~
~~inocente~~	~~inocente~~	~~culpable~~
inocente	culpable	inocente
inocente	culpable	culpable
~~culpable~~	~~inocente~~	~~inocente~~
~~culpable~~	~~inocente~~	~~culpable~~
~~culpable~~	~~culpable~~	~~inocente~~
~~culpable~~	~~culpable~~	~~culpable~~

Ejemplo

$$¿? \quad \frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{La señorita Scarlet es culpable}}$$

Ejemplo

✓ $$\frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{La señorita Scarlet es culpable}}$$

Ejemplo

$$\checkmark \quad \frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{La señorita Scarlet es culpable}}$$

En **todas** las posibilidades en las cuales las premisas $\boldsymbol{A_1}$, $\boldsymbol{A_2}$, $\boldsymbol{A_3}$ y $\boldsymbol{A_4}$ son **todas** verdaderas, la conclusión **“La señorita Scarlet es culpable”** es verdadera.

Ejemplo

✓ $$\frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{La señorita Scarlet es culpable}}$$

En **todas** las posibilidades en las cuales las premisas $\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}$ y $\boldsymbol{A_4}$ son **todas** verdaderas, la conclusión **“La señorita Scarlet es culpable”** es verdadera.

¿? $$\frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{La señora White es inocente}}$$

Ejemplo

✓ $$\frac{\boldsymbol{A_1, A_2, A_3, A_4}}{\text{La señorita Scarlet es culpable}}$$

En **todas** las posibilidades en las cuales las premisas $\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}$ y $\boldsymbol{A_4}$ son **todas** verdaderas, la conclusión **“La señorita Scarlet es culpable”** es verdadera.

✓ $$\frac{\boldsymbol{A_1, A_2, A_3, A_4}}{\text{La señora White es inocente}}$$

Ejemplo

✓ $$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{La señorita Scarlet es culpable}}$$

En **todas** las posibilidades en las cuales las premisas A_1, A_2, A_3 y A_4 son **todas** verdaderas, la conclusión **"La señorita Scarlet es culpable"** es verdadera.

✓ $$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{La señora White es inocente}}$$

En **todas** las posibilidades en las cuales las premisas A_1, A_2, A_3 y A_4 son **todas** verdaderas, la conclusión **"La señora White es inocente"** es verdadera.

Ejemplo

¿? $$\frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{El Coronel Mustard es culpable}}$$

Ejemplo

✗ $$\frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{El Coronel Mustard es culpable}}$$

Ejemplo

✗ $$\frac{\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{A_4}}{\text{El Coronel Mustard es culpable}}$$

Hay una posibilidad en la cual las premisas $\boldsymbol{A_1}$, $\boldsymbol{A_2}$, $\boldsymbol{A_3}$ y $\boldsymbol{A_4}$ son **todas** verdaderas pero la conclusión **“El Coronel Mustard es culpable”** es falsa. (Existe un **contraejemplo**.)

Ejemplo

✗ $$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{El Coronel Mustard es culpable}}$$

Hay una posibilidad en la cual las premisas A_1, A_2, A_3 y A_4 son **todas** verdaderas pero la conclusión **"El Coronel Mustard es culpable"** es falsa. (Existe un **contraejemplo**.)

¿? $$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{El Coronel Mustard es inocente}}$$

Ejemplo

✗
$$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{El Coronel Mustard es culpable}}$$

Hay una posibilidad en la cual las premisas A_1, A_2, A_3 y A_4 son **todas** verdaderas pero la conclusión **"El Coronel Mustard es culpable"** es falsa. (Existe un **contraejemplo**.)

✗
$$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{El Coronel Mustard es inocente}}$$

Ejemplo

✗ $$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{El Coronel Mustard es culpable}}$$

Hay una posibilidad en la cual las premisas A_1, A_2, A_3 y A_4 son **todas** verdaderas pero la conclusión **"El Coronel Mustard es culpable"** es falsa. (Existe un **contraejemplo**.)

✗ $$\frac{A_1, A_2, A_3, A_4}{\text{El Coronel Mustard es inocente}}$$

Hay una posibilidad en la cual las premisas A_1, A_2, A_3 y A_4 son **todas** verdaderas pero la conclusión **"El Coronel Mustard es inocente"** es falsa. (Existe un **contraejemplo**.)

Ingredientes del lenguaje **proposicional**

Ingredientes del lenguaje **proposicional**

1. Enunciados básicos o atómicos:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

Ingredientes del lenguaje **proposicional**

1. Enunciados básicos o atómicos:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

2. Operadores para construir enunciados mas complejos:

"**no** … "	se escribe	$\neg \ldots$
"… **y** …"	se escribe	$\ldots \wedge \ldots$
"… **o** …"	se escribe	$\ldots \vee \ldots$
"**si** … **entonces**"	se escribe	$\ldots \rightarrow \ldots$
" … **si y solo si** …"	se escribe	$\ldots \leftrightarrow \ldots$

Ingredientes del lenguaje **proposicional**

1. Enunciados básicos o atómicos:

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots$$

2. Operadores para construir enunciados mas complejos:

"**no** … "	se escribe	$\neg \ldots$
"… **y** …"	se escribe	$\ldots \wedge \ldots$
"… **o** …"	se escribe	$\ldots \vee \ldots$
"**si** … **entonces**"	se escribe	$\ldots \rightarrow \ldots$
" … **si y solo si** …"	se escribe	$\ldots \leftrightarrow \ldots$

Note como los enunciados básicos son simples **proposiciones** (de ahí el nombre del lenguaje).

El lenguaje **proposicional**

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

El lenguaje **proposicional**

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \ldots$$

El lenguaje proposicional

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \ldots$$

2. Si $\boldsymbol{\varphi}$ y $\boldsymbol{\psi}$ están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ ($\boldsymbol{\varphi} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ y $\boldsymbol{\psi} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}$), entonces

El lenguaje proposicional

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ y $\psi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}$), entonces

$$\neg\varphi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}},$$

El lenguaje proposicional

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\texttt{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\texttt{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\texttt{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\texttt{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\texttt{P}}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_{\texttt{P}}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_{\texttt{P}}$ y $\psi \in \mathcal{L}_{\texttt{P}}$), entonces

$$\neg\varphi \in \mathcal{L}_{\texttt{P}}, \qquad (\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{L}_{\texttt{P}},$$

El lenguaje proposicional

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ y $\psi \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}$), entonces

$$\neg\varphi \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \qquad (\varphi \land \psi) \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}},$$
$$(\varphi \lor \psi) \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}},$$

El lenguaje **proposicional**

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ y $\psi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}$), entonces

$$\neg\varphi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \qquad (\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \qquad (\varphi \rightarrow \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}},$$
$$(\varphi \vee \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}},$$

El lenguaje proposicional

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_\mathrm{P}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_\mathrm{P}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_\mathrm{P}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_\mathrm{P}$ y $\psi \in \mathcal{L}_\mathrm{P}$), entonces

$$\begin{array}{lll} \neg\varphi \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, & (\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, & (\varphi \rightarrow \psi) \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, \\ & (\varphi \vee \psi) \in \mathcal{L}_\mathrm{P}, & (\varphi \leftrightarrow \psi) \in \mathcal{L}_\mathrm{P}. \end{array}$$

El lenguaje **proposicional**

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}$ y $\psi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}$), entonces

$$\begin{array}{lll} \neg\varphi \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, & (\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, & (\varphi \rightarrow \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, \\ & (\varphi \vee \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}, & (\varphi \leftrightarrow \psi) \in \mathcal{L}_{\mathrm{P}}. \end{array}$$

3. No hay otras fórmulas en $\mathcal{L}_{\mathrm{P}}$.

El lenguaje **proposicional**

El **lenguaje proposicional** $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ es un conjunto de fórmulas tal que:

1. todos los enunciados básicos están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$:

$$\boldsymbol{p} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{q} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \boldsymbol{r} \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \quad \ldots$$

2. Si φ y ψ están en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ ($\varphi \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}$ y $\psi \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}$), entonces

$$\begin{array}{lll} \neg\varphi \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, & (\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, & (\varphi \rightarrow \psi) \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, \\ & (\varphi \vee \psi) \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}, & (\varphi \leftrightarrow \psi) \in \mathcal{L}_{\mathtt{P}}. \end{array}$$

3. No hay otras fórmulas en $\mathcal{L}_{\mathtt{P}}$.

En la práctica, omitiremos los paréntesis cuando no sean necesarios.

Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:

Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:

$$((\neg p \vee q) \rightarrow r)$$

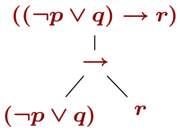
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:

$$
\begin{array}{c}
((\neg p \vee q) \to r) \\
| \\
\to
\end{array}
$$

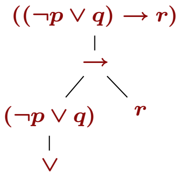
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



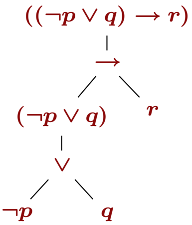
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



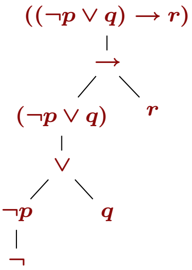
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



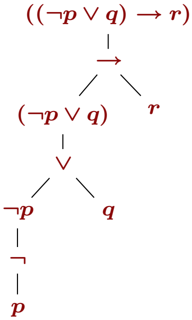
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



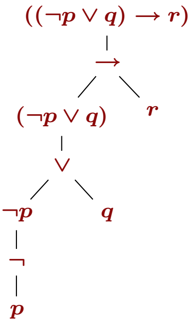
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



Construyendo fórmulas

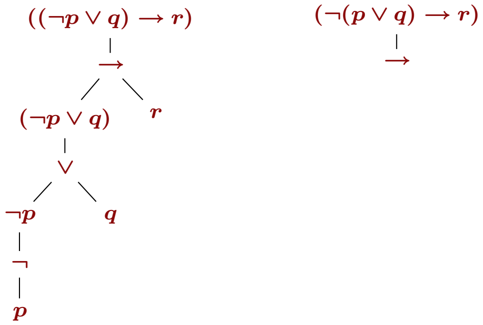
Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



$(\neg(p \vee q) \to r)$

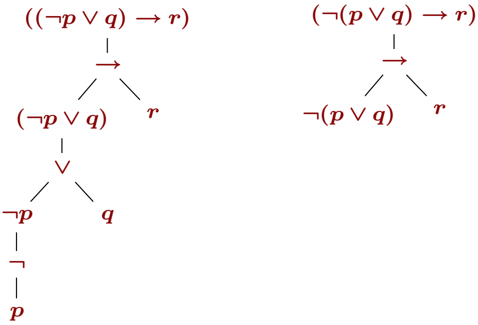
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



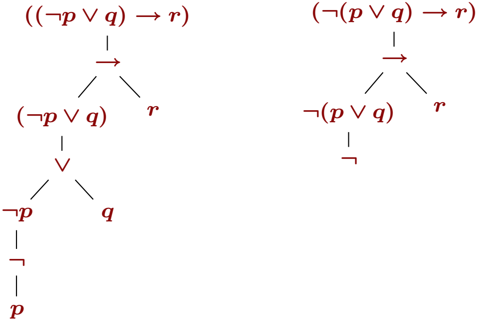
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



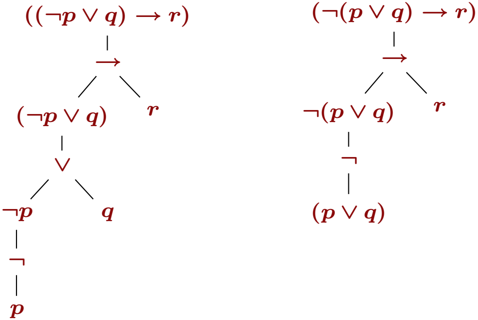
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



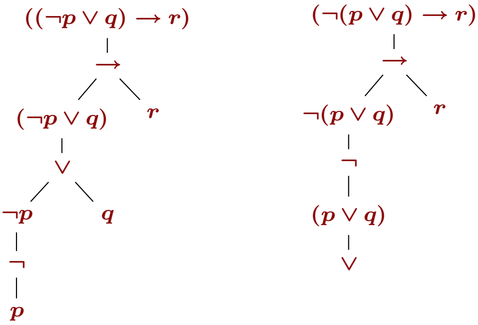
Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



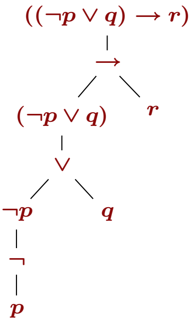
Construyendo fórmulas

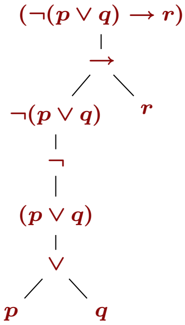
Cada fórmula puede ser vista como un árbol:



Construyendo fórmulas

Cada fórmula puede ser vista como un árbol:





Evaluando fórmulas

¿Como sabemos si una fórmula dada φ es **verdadera** o **falsa**?

Evaluando fórmulas

¿Como sabemos si una fórmula dada φ es **verdadera** o **falsa**?

- Necesitamos el **valor de verdad** de los enunciados básicos $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{r}$, ... que aparecen en φ.

Evaluando fórmulas

¿Como sabemos si una fórmula dada φ es **verdadera** o **falsa**?

- Necesitamos el **valor de verdad** de los enunciados básicos $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{r}$, ... que aparecen en φ.
- Necesitamos saber cual es el **efecto** de $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$.

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	
0	

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	**0**
0	

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	**0**
0	**1**

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	**0**
0	**1**

o, abreviado,

$\neg$	φ

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	**0**
0	**1**

o, abreviado,

$\neg$	φ
	1
	0

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	**0**
0	**1**

o, abreviado,

$\neg$	φ
0	1
	0

Efecto de los conectivos (1)

Denota **verdadero** con 1, y **falso** con 0.

Para la **negación** $\neg$

φ	$\neg\varphi$
1	**0**
0	**1**

o, abreviado,

$\neg$	φ
0	1
1	0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\land$

φ	$\land$	ψ
1		1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\land$

φ	$\land$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Para la **disyunción** $\vee$

φ	$\vee$	ψ

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Para la **disyunción** $\vee$

φ	$\vee$	ψ
1		1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Para la **disyunción** $\vee$

φ	$\vee$	ψ
1	**1**	1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Para la **disyunción** $\vee$

φ	$\vee$	ψ
1	**1**	1
1	**1**	0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Para la **disyunción** $\vee$

φ	$\vee$	ψ
1	**1**	1
1	**1**	0
0	**1**	1
0		0

Efecto de los conectivos (2)

Para la **conjunción** $\wedge$

φ	$\wedge$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**0**	0

Para la **disyunción** $\vee$

φ	$\vee$	ψ
1	**1**	1
1	**1**	0
0	**1**	1
0	**0**	0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1		1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Para la **implicación** $\rightarrow$

φ	$\rightarrow$	ψ

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Para la **implicación** $\rightarrow$

φ	$\rightarrow$	ψ
1		1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Para la **implicación** $\rightarrow$

φ	$\rightarrow$	ψ
1	**1**	1
1		0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Para la **implicación** $\rightarrow$

φ	$\rightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0		1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Para la **implicación** $\rightarrow$

φ	$\rightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**1**	1
0		0

Efecto de los conectivos (3)

Para la **equivalencia** $\leftrightarrow$

φ	$\leftrightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**0**	1
0	**1**	0

Para la **implicación** $\rightarrow$

φ	$\rightarrow$	ψ
1	**1**	1
1	**0**	0
0	**1**	1
0	**1**	0

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}\}$.

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{p, q, r, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{p, q\}$.
Existen **cuatro** valuaciones diferentes:

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}\}$.
Existen **cuatro** valuaciones diferentes:

$V_1(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_1(\boldsymbol{q}) = 1$

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}\}$.
Existen **cuatro** valuaciones diferentes:

$V_1(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_1(\boldsymbol{q}) = 1$
$V_2(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_2(\boldsymbol{q}) = 0$

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}\}$.
Existen **cuatro** valuaciones diferentes:

$V_1(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_1(\boldsymbol{q}) = 1$
$V_2(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_2(\boldsymbol{q}) = 0$
$V_3(\boldsymbol{p}) = 0$	$V_3(\boldsymbol{q}) = 1$

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}\}$.
Existen **cuatro** valuaciones diferentes:

$V_1(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_1(\boldsymbol{q}) = 1$
$V_2(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_2(\boldsymbol{q}) = 0$
$V_3(\boldsymbol{p}) = 0$	$V_3(\boldsymbol{q}) = 1$
$V_4(\boldsymbol{p}) = 0$	$V_4(\boldsymbol{q}) = 0$

Valuaciones

Valuación. Sea $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}, \ldots\}$ un conjunto de enunciados básicos. Una **valuación** V sobre $\mathtt{P}$ asigna a cada elemento de $\mathtt{P}$ un valor de verdad único: **verdadero** o **falso**.

Ejemplo: supongamos que $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}\}$.
Existen **cuatro** valuaciones diferentes:

$V_1(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_1(\boldsymbol{q}) = 1$
$V_2(\boldsymbol{p}) = 1$	$V_2(\boldsymbol{q}) = 0$
$V_3(\boldsymbol{p}) = 0$	$V_3(\boldsymbol{q}) = 1$
$V_4(\boldsymbol{p}) = 0$	$V_4(\boldsymbol{q}) = 0$

¿Cuántas valuaciones hay para $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}\}$? ¿Cuántas para $\mathtt{P} = \{\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}\}$?

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$(\neg \quad p) \quad \wedge \quad q \qquad \boxed{}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q	
V:		0		1	$\boxed{}$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	($\neg$	p)	$\wedge$	q
V:	1	0		1

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	($\neg$	p)	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	1	1

$$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

$(p \quad \wedge \quad (p \quad \rightarrow \quad q)) \quad \rightarrow \quad q$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$
\begin{array}{lcccc}
 & (\neg & p) & \wedge & q \\
V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1
\end{array}
\qquad
\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}
$$

$$
\begin{array}{lccccccc}
 & (p & \wedge & (p & \rightarrow & q)) & \rightarrow & q \\
V: & 1 & & 1 & & 0 & & 0
\end{array}
$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q	$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$
V:	1	0	$\mathbf{1}$	1	

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q	$\boxed{}$
V:	1		1	0	0		0	

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$($\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
V:	1	0	1	0	0		0

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$\begin{array}{cccccc} & (\neg & p) & \wedge & q \\ V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 \end{array} \qquad \boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & (p & \wedge & (p & \rightarrow & q)) & \rightarrow & q \\ V: & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

$\boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$

$\neg \quad \neg \quad p$

$\boxed{}$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$($ ¬	$p)$	$\land$	q
V:	1	0	**1**	1

$$\boxed{V \models (\neg p) \land q}$$

	$(p$	$\land$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

$$\boxed{V \models (p \land (p \to q)) \to q}$$

	$\neg$	$\neg$	p
V:			0

$$\boxed{}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

$\boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$

	$\neg$	$\neg$	p
V:		1	0

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\land$	q
V:	1	0	**1**	1

$\boxed{V \models (\neg p) \land q}$

	$(p$	$\land$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

$\boxed{V \models (p \land (p \to q)) \to q}$

	$\neg$	$\neg$	p
V:	**0**	1	0

$\boxed{}$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$\begin{array}{lcccc} & (\neg & p) & \wedge & q \\ V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 \end{array} \qquad \boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

$$\begin{array}{lccccccc} & (p & \wedge & (p & \rightarrow & q)) & \rightarrow & q \\ V: & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$$

$$\begin{array}{lccc} & \neg & \neg & p \\ V: & \mathbf{0} & 1 & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \not\models \neg\neg p}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$\begin{array}{lcccc} & (\neg & p) & \land & q \\ V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 \end{array} \qquad \boxed{V \models (\neg p) \land q}$$

$$\begin{array}{lccccccc} & (p & \land & (p & \rightarrow & q)) & \rightarrow & q \\ V: & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \models (p \land (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$$

$$\begin{array}{lccc} & \neg & \neg & p \\ V: & \mathbf{0} & 1 & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \not\models \neg\neg p}$$

$$\begin{array}{ccccccc} (p & \rightarrow & q) & \lor & (q & \rightarrow & p) \end{array} \qquad \boxed{}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$\begin{array}{lcccc}
 & (\neg & p) & \wedge & q \\
V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1
\end{array} \qquad \boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

$$\begin{array}{lccccccc}
 & (p & \wedge & (p & \rightarrow & q)) & \rightarrow & q \\
V: & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0
\end{array} \qquad \boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$$

$$\begin{array}{lccc}
 & \neg & \neg & p \\
V: & \mathbf{0} & 1 & 0
\end{array} \qquad \boxed{V \not\models \neg\neg p}$$

$$\begin{array}{lccccccc}
 & (p & \rightarrow & q) & \vee & (q & \rightarrow & p) \\
V: & 0 & & 1 & & 1 & & 0
\end{array} \qquad \boxed{}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$\begin{array}{lcccc} & (\neg & p) & \wedge & q \\ V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 \end{array} \qquad \boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

$$\begin{array}{lccccccc} & (p & \wedge & (p & \to & q)) & \to & q \\ V: & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \models (p \wedge (p \to q)) \to q}$$

$$\begin{array}{lccc} & \neg & \neg & p \\ V: & \mathbf{0} & 1 & 0 \end{array} \qquad \boxed{V \not\models \neg\neg p}$$

$$\begin{array}{lccccccc} & (p & \to & q) & \vee & (q & \to & p) \\ V: & 0 & 1 & 1 & & 1 & & 0 \end{array} \qquad \boxed{}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

$\boxed{V \models (p \wedge (p \to q)) \to q}$

	$\neg$	$\neg$	p
V:	**0**	1	0

$\boxed{V \not\models \neg\neg p}$

	$(p$	$\to$	$q)$	$\vee$	$(q$	$\to$	$p)$
V:	0	1	1		1	0	0

$\boxed{}$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

$$\begin{array}{lcccc}
 & (\neg & p) & \wedge & q \\
V: & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1
\end{array} \qquad \boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

$$\begin{array}{lccccccc}
 & (p & \wedge & (p & \rightarrow & q)) & \rightarrow & q \\
V: & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0
\end{array} \qquad \boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$$

$$\begin{array}{lccc}
 & \neg & \neg & p \\
V: & \mathbf{0} & 1 & 0
\end{array} \qquad \boxed{V \not\models \neg\neg p}$$

$$\begin{array}{lccccccc}
 & (p & \rightarrow & q) & \vee & (q & \rightarrow & p) \\
V: & 0 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 & 0 & 0
\end{array} \qquad \boxed{\quad}$$

Evaluando fórmulas en situaciones (valuaciones) específicas

	$(\neg$	$p)$	$\wedge$	q
V:	1	0	**1**	1

$$\boxed{V \models (\neg p) \wedge q}$$

	$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
V:	1	0	1	0	0	**1**	0

$$\boxed{V \models (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q}$$

	$\neg$	$\neg$	p
V:	**0**	1	0

$$\boxed{V \not\models \neg\neg p}$$

	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	$\vee$	$(q$	$\rightarrow$	$p)$
V:	0	1	1	**1**	1	0	0

$$\boxed{V \models (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)}$$

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\land$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\land$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
1		1		1		1
1		1		0		0
0		0		1		1
0		0		0		0

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
1		1	1	1		1
1		1	0	0		0
0		0	1	1		1
0		0	1	0		0

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
1	1	1	1	1		1
1	0	1	0	0		0
0	0	0	1	1		1
0	0	0	1	0		0

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
1	1	1	1	1	**1**	1
1	0	1	0	0	**1**	0
0	0	0	1	1	**1**	1
0	0	0	1	0	**1**	0

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
1	1	1	1	1	**1**	1
1	0	1	0	0	**1**	0
0	0	0	1	1	**1**	1
0	0	0	1	0	**1**	0

$\neg$	$\neg$	p

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
1	1	1	1	1	**1**	1
1	0	1	0	0	**1**	0
0	0	0	1	1	**1**	1
0	0	0	1	0	**1**	0

$\neg$	$\neg$	p
		1
		0

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\rightarrow$	$q))$	$\rightarrow$	q
1	1	1	1	1	**1**	1
1	0	1	0	0	**1**	0
0	0	0	1	1	**1**	1
0	0	0	1	0	**1**	0

$\neg$	$\neg$	p
	0	1
	1	0

Evaluando fórmulas en todas las situaciones (valuaciones) posibles

$(p$	$\wedge$	$(p$	$\to$	$q))$	$\to$	q
1	1	1	1	1	**1**	1
1	0	1	0	0	**1**	0
0	0	0	1	1	**1**	1
0	0	0	1	0	**1**	0

$\neg$	$\neg$	p
1	0	1
0	1	0

Clasificación de fórmulas de acuerdo a su comportamiento

Clasificación de fórmulas de acuerdo a su comportamiento

- Aquellas que nunca son verdaderas (**contradicciones**):

$$\boldsymbol{p} \wedge (\neg \boldsymbol{p}), \ldots$$

Clasificación de fórmulas de acuerdo a su comportamiento

- Aquellas que nunca son verdaderas (**contradicciones**):

$$p \wedge (\neg p), \ldots$$

- Aquellas que son verdaderas en al menos un caso (**satisfacibles**):

$$(\neg p) \vee q, \ldots$$

Clasificación de fórmulas de acuerdo a su comportamiento

- Aquellas que nunca son verdaderas (**contradicciones**):

$$p \wedge (\neg p), \ldots$$

- Aquellas que son verdaderas en al menos un caso (**satisfacibles**):

$$(\neg p) \vee q, \ldots$$

- Aquellas que son siempre verdaderas (**válidas**, **tautologías**):

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q, \ldots$$

Si φ es válida, escribiremos $\models \varphi$

Inferencia válida

$$\text{Inferencia:} \quad \frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

Inferencia válida

Inferencia: $\dfrac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$

Inferencia válida. Una inferencia es **válida** si y solo si la conclusión ψ es verdadera en **todas** las situaciones (valuaciones) en las cuales **todas** las premisas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas.

Inferencia válida

$$\text{Inferencia:} \quad \frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

Inferencia válida. Una inferencia es **válida** si y solo si la conclusión ψ es verdadera en **todas** las situaciones (valuaciones) en las cuales **todas** las premisas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas.

Si la inferencia es válida, también decimos que ψ es una **consecuencia lógica** de $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$.

Inferencia válida

$$\text{Inferencia:} \quad \frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

Inferencia válida. Una inferencia es **válida** si y solo si la conclusión ψ es verdadera en **todas** las situaciones (valuaciones) en las cuales **todas** las premisas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas.

Si la inferencia es válida, también decimos que ψ es una **consecuencia lógica** de $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$.

Si la inferencia es válida, escribiremos $\varphi_1, \ldots, \varphi_n \models \psi$

Ejemplos

Los patrones anteriores:

p	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	q

Ejemplos

Los patrones anteriores:

p	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	q
1	1	**1**	1	**1**
1	1	**0**	0	**0**
0	0	**1**	1	**1**
0	0	**1**	0	**0**

Ejemplos

Los patrones anteriores:

	p	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	q
$\rightarrow$	**1**	1	**1**	1	**1**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
	0	0	**1**	0	**0**

Ejemplos

Los patrones anteriores:

	p	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	q
$\longrightarrow$	**1**	1	**1**	1	**1**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
	0	0	**1**	0	**0**

$\neg q$	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	$\neg p$

Ejemplos

Los patrones anteriores:

	p	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	q
$\longrightarrow$	**1**	1	**1**	1	**1**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
	0	0	**1**	0	**0**

$\neg q$	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	$\neg p$
0	1	**1**	1	**0**
1	1	**0**	0	**0**
0	0	**1**	1	**1**
1	0	**1**	0	**1**

Ejemplos

Los patrones anteriores:

	p	$(p$	$\to$	$q)$	q
$\longrightarrow$	**1**	1	**1**	1	**1**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
	0	0	**1**	0	**0**

	$\neg q$	$(p$	$\to$	$q)$	$\neg p$
	0	1	**1**	1	**0**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
$\longrightarrow$	**1**	0	**1**	0	**1**

Ejemplos

Los patrones anteriores:

	p	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	q
$\longrightarrow$	**1**	1	**1**	1	**1**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
	0	0	**1**	0	**0**

	$\neg q$	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	$\neg p$
	0	1	**1**	1	**0**
	1	1	**0**	0	**0**
	0	0	**1**	1	**1**
$\longrightarrow$	**1**	0	**1**	0	**1**

¿Hay otros?

Mas definiciones

Mas definiciones

- Dos fórmulas φ y ψ son **lógicamente equivalentes** ($\varphi \equiv \psi$) si y solo si $\varphi \models \psi$ and $\psi \models \varphi$.

Mas definiciones

- Dos fórmulas φ y ψ son **lógicamente equivalentes** ($\varphi \equiv \psi$) si y solo si $\varphi \models \psi$ and $\psi \models \varphi$.
- Un conjunto de fórmulas $\mathbf{\Phi}$ es **satisfacible** si y solo si **existe una situación (valuación)** en la cual **todas** las fórmulas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas.

Inferencia simbólica

Inferencia simbólica

- Una **demostración** es una secuencia finita de fórmulas en la cual cada fórmula es, o bien un *axioma*, o bien ha sido derivada a partir de las fórmulas anteriores por medio de una **regla de inferencia**.

Inferencia simbólica

- Una **demostración** es una secuencia finita de fórmulas en la cual cada fórmula es, o bien un *axioma*, o bien ha sido derivada a partir de las fórmulas anteriores por medio de una **regla de inferencia**.
- Un **teorema** es una fórmula que aparece en una prueba.

Inferencia simbólica

- Una **demostración** es una secuencia finita de fórmulas en la cual cada fórmula es, o bien un *axioma*, o bien ha sido derivada a partir de las fórmulas anteriores por medio de una **regla de inferencia**.
- Un **teorema** es una fórmula que aparece en una prueba.
- Un **sistema axiomático** es un conjunto de axiomas y reglas de inferencia.

Inferencia simbólica

- Una **demostración** es una secuencia finita de fórmulas en la cual cada fórmula es, o bien un *axioma*, o bien ha sido derivada a partir de las fórmulas anteriores por medio de una **regla de inferencia**.
- Un **teorema** es una fórmula que aparece en una prueba.
- Un **sistema axiomático** es un conjunto de axiomas y reglas de inferencia.
  - Un sistema axiomático es **correcto** para una lógica dada si todo teorema es válido en la lógica.

Inferencia simbólica

- Una **demostración** es una secuencia finita de fórmulas en la cual cada fórmula es, o bien un *axioma*, o bien ha sido derivada a partir de las fórmulas anteriores por medio de una **regla de inferencia**.
- Un **teorema** es una fórmula que aparece en una prueba.
- Un **sistema axiomático** es un conjunto de axiomas y reglas de inferencia.
    - Un sistema axiomático es **correcto** para una lógica dada si todo teorema es válido en la lógica.
    - Un sistema axiomático es **completo** para una lógica dada si toda fórmula válida de la lógica es un teorema.

Sistema axiomático

El siguiente sistema axiomático es correcto y completo para la lógica proposicional:

Sistema axiomático

El siguiente sistema axiomático es correcto y completo para la lógica proposicional:

1. $(\varphi \to (\psi \to \varphi))$.

Sistema axiomático

El siguiente sistema axiomático es correcto y completo para la lógica proposicional:

1. $(\varphi \to (\psi \to \varphi))$.
2. $((\varphi \to (\psi \to \chi)) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \chi)))$.

Sistema axiomático

El siguiente sistema axiomático es correcto y completo para la lógica proposicional:

1. $(\varphi \to (\psi \to \varphi))$.
2. $((\varphi \to (\psi \to \chi)) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \chi)))$.
3. $((\neg\varphi \to \neg\psi) \to (\psi \to \varphi))$.

Sistema axiomático

El siguiente sistema axiomático es correcto y completo para la lógica proposicional:

1. $(\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi))$.
2. $((\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi)) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \chi)))$.
3. $((\neg\varphi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi))$.
4. **Modus ponens (MP)**: si tienes φ y $\varphi \rightarrow \psi$, entonces deriva ψ.

Ejemplo

Ejemplo

1.	$p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1

Ejemplo

1.	$p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1
2.	$(p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p))$	Instancia del axioma 2

Ejemplo

1.	$p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1
2.	$(p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p))$	Instancia del axioma 2
3.	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p)$	MP sobre pasos 1 y 2

Ejemplo

1.	$p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1
2.	$(p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p))$	Instancia del axioma 2
3.	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p)$	MP sobre pasos 1 y 2
4.	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1

Ejemplo

1.	$p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1
2.	$(p \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p))$	Instancia del axioma 2
3.	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow p)$	MP sobre pasos 1 y 2
4.	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)$	Instancia del axioma 1
5.	$p \rightarrow p$	MP sobre pasos 4 y 3

Ejemplo

1.	$p \to ((q \to p) \to p)$	Instancia del axioma 1
2.	$(p \to ((q \to p) \to p)) \to ((p \to (q \to p)) \to (p \to p))$	Instancia del axioma 2
3.	$(p \to (q \to p)) \to (p \to p)$	MP sobre pasos 1 y 2
4.	$(p \to (q \to p)$	Instancia del axioma 1
5.	$p \to p$	MP sobre pasos 4 y 3

Por lo tanto, $p \to p$ es un teorema.

Ejemplo

La señora White es culpable.	w
la señorita Scarlet es culpable.	s
El Coronel Mustard es culpable.	m

Ejemplo

La señora White es culpable.	w
la señorita Scarlet es culpable.	s
El Coronel Mustard es culpable.	m

- Al menos uno de ellos es culpable.
- No todos son culpables.
- Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable.
- Si la señorita Scarlet es inocente, entonces el Coronel Mustard también es inocente.

Ejemplo

La señora White es culpable.	w
la señorita Scarlet es culpable.	s
El Coronel Mustard es culpable.	m

- Al menos uno de ellos es culpable. $w \lor s \lor m$
- No todos son culpables. $\neg(w \land s \land m)$
- Si la señora White es culpable, entonces el Coronel Mustard también es culpable. $w \rightarrow m$
- Si la señorita Scarlet es inocente, entonces el Coronel Mustard también es inocente. $\neg s \rightarrow \neg m$

Las preguntas

Definamos

$$\boldsymbol{\Phi := \{w \lor s \lor m, \neg(w \land s \land m), w \to m, \neg s \to \neg m\}}$$

Las preguntas

Definamos

$$\Phi := \{w \vee s \vee m, \neg(w \wedge s \wedge m), w \rightarrow m, \neg s \rightarrow \neg m\}$$

- ¿ $\Phi \models s$?

Las preguntas

Definamos

$$\Phi := \{w \lor s \lor m, \neg(w \land s \land m), w \to m, \neg s \to \neg m\}$$

- ¿ $\Phi \models s$?
- ¿ $\Phi \models \neg w$?

Las preguntas

Definamos

$$\Phi := \{w \vee s \vee m, \neg(w \wedge s \wedge m), w \rightarrow m, \neg s \rightarrow \neg m\}$$

- ¿ $\Phi \models s$?
- ¿ $\Phi \models \neg w$?
- ¿ $\Phi \models m$?

Las preguntas

Definamos

$$\Phi := \{w \vee s \vee m, \neg(w \wedge s \wedge m), w \rightarrow m, \neg s \rightarrow \neg m\}$$

- ¿ $\Phi \models s$?
- ¿ $\Phi \models \neg w$?
- ¿ $\Phi \models m$?
- ¿ $\Phi \models \neg m$?

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\ \} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\,\} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \{w,s,m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \lor s \lor m$ es falsa:

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\ \} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \lor s \lor m$ es falsa:

$$\cancel{\{\ \}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\ \} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \lor s \lor m$ es falsa:

$$\cancel{\{\ \}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **segunda** premisa $\neg(w \land s \land m)$ es falsa:

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\,\} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \vee s \vee m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **segunda** premisa $\neg(w \wedge s \wedge m)$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\ \} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \{w,s,m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \vee s \vee m$ es falsa:

$$\cancel{\{\ \}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \{w,s,m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **segunda** premisa $\neg(w \wedge s \wedge m)$ es falsa:

$$\cancel{\{\ \}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **tercera** premisa $w \rightarrow m$ es falsa:

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\,\} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \lor s \lor m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **segunda** premisa $\neg(w \land s \land m)$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **tercera** premisa $w \to m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \cancel{\{w, s\}} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\,\} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \vee s \vee m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \{w, s, m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **segunda** premisa $\neg(w \wedge s \wedge m)$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **tercera** premisa $w \longrightarrow m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \cancel{\{w, s\}} \quad \{w, m\} \quad \{s, m\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **cuarta** premisa $\neg s \longrightarrow \neg m$ es falsa

Ajustes

Enlistemos **todas** las posibilidades:

$$\{\,\} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \{w,s,m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **primera** premisa $w \vee s \vee m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \{w,s,m\}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **segunda** premisa $\neg(w \wedge s \wedge m)$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \{w\} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \{w,s\} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **tercera** premisa $w \longrightarrow m$ es falsa:

$$\cancel{\{\,\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{s\} \quad \{m\} \quad \cancel{\{w,s\}} \quad \{w,m\} \quad \{s,m\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

Descartemos aquellas en las cuales la **cuarta** premisa $\neg s \longrightarrow \neg m$ es falsa

$$\cancel{\{\,\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{s\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w,s\}} \quad \cancel{\{w,m\}} \quad \{s,m\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w,s\}} \quad \cancel{\{w,m\}} \quad \{\boldsymbol{s},\boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w, s\}} \quad \cancel{\{w, m\}} \quad \{\boldsymbol{s}, \boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$?

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w,s\}} \quad \cancel{\{w,m\}} \quad \{\boldsymbol{s},\boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w, s\}} \quad \cancel{\{w, m\}} \quad \{\boldsymbol{s}, \boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \neg \boldsymbol{w}$?

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w, s\}} \quad \cancel{\{w, m\}} \quad \{\boldsymbol{s}, \boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \neg \boldsymbol{w}$? **¡Si!**

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$\cancel{\{\}}$ $\cancel{\{w\}}$ $\{\boldsymbol{s}\}$ $\cancel{\{m\}}$ $\cancel{\{w, s\}}$ $\cancel{\{w, m\}}$ $\{\boldsymbol{s}, \boldsymbol{m}\}$ $\cancel{\{w, s, m\}}$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \neg \boldsymbol{w}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{m}$?

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w,s\}} \quad \cancel{\{w,m\}} \quad \{\boldsymbol{s},\boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w,s,m\}}$$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \neg \boldsymbol{w}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{m}$? **¡No!**

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\boldsymbol{\Phi}$ son verdaderas:

$$\cancel{\{\}} \quad \cancel{\{w\}} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \cancel{\{m\}} \quad \cancel{\{w, s\}} \quad \cancel{\{w, m\}} \quad \{\boldsymbol{s}, \boldsymbol{m}\} \quad \cancel{\{w, s, m\}}$$

- ¿$\boldsymbol{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**
- ¿$\boldsymbol{\Phi} \models \neg \boldsymbol{w}$? **¡Si!**
- ¿$\boldsymbol{\Phi} \models \boldsymbol{m}$? **¡No!**
- ¿$\boldsymbol{\Phi} \models \neg \boldsymbol{m}$?

Ajustes

Los casos que sobreviven son los únicos en los cuales **todas** las premisas en $\mathbf{\Phi}$ son verdaderas:

$$\{\} \quad \{w\} \quad \{\boldsymbol{s}\} \quad \{m\} \quad \{w, s\} \quad \{w, m\} \quad \{\boldsymbol{s}, \boldsymbol{m}\} \quad \{w, s, m\}$$

- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{s}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \neg \boldsymbol{w}$? **¡Si!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \boldsymbol{m}$? **¡No!**
- ¿$\mathbf{\Phi} \models \neg \boldsymbol{m}$? **¡No!**

¿Necesitamos todo lo que tenemos?

Verifique si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes:

¿Necesitamos todo lo que tenemos?

Verifique si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes:

- $\varphi \wedge \psi$ y $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.

¿Necesitamos todo lo que tenemos?

Verifique si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes:

- $\varphi \wedge \psi$ y $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.
- $\varphi \rightarrow \psi$ y $\neg\varphi \vee \psi$.

¿Necesitamos todo lo que tenemos?

Verifique si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes:

- $\varphi \wedge \psi$ y $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.
- $\varphi \rightarrow \psi$ y $\neg\varphi \vee \psi$.
- $\varphi \leftrightarrow \psi$ y $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$.

¿Necesitamos todo lo que tenemos?

Verifique si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes:

- $\varphi \wedge \psi$ y $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.
- $\varphi \to \psi$ y $\neg\varphi \vee \psi$.
- $\varphi \leftrightarrow \psi$ y $(\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi)$.

- ¿Qué significa esto?

¿Necesitamos todo lo que tenemos?

Verifique si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes:

- $\varphi \wedge \psi$ y $\neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.
- $\varphi \rightarrow \psi$ y $\neg\varphi \vee \psi$.
- $\varphi \leftrightarrow \psi$ y $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$.

- ¿Qué significa esto?
- ¿Se pueden encontrar otros conectivos que puedan definir a los restantes?

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico $\boldsymbol{p}$.

$\boldsymbol{p}$	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico $\boldsymbol{p}$.

$\boldsymbol{p}$	
1	
0	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico $\boldsymbol{p}$.

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{\varphi_1}$
1	1
0	1

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico p.

p	φ_1	φ_2
1	1	1
0	1	0

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico p.

p	φ_1	φ_2	φ_3
1	1	1	0
0	1	0	1

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico $\boldsymbol{p}$.

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{\varphi_1}$	$\boldsymbol{\varphi_2}$	$\boldsymbol{\varphi_3}$	$\boldsymbol{\varphi_4}$
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico p.

p	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

- ¿Podemos definir φ_1, φ_2, φ_3 y φ_4 en nuestro sistema?

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (1)

Consideremos un solo enunciado básico p.

p	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

- ¿Podemos definir φ_1, φ_2, φ_3 y φ_4 en nuestro sistema?
- ¿Podemos definir cada φ_i usando solamente p y nuestros cinco conectivos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\longrightarrow$ y $\leftrightarrow$?

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (2)

Consideremos dos enunciados básicos $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$.

$\boldsymbol{p}$ $\boldsymbol{q}$	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (2)

Consideremos dos enunciados básicos $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$.

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (2)

Consideremos dos enunciados básicos $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$.

p	q	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (2)

Consideremos dos enunciados básicos $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$.

p	q	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}	φ_{12}	φ_{13}	φ_{14}	φ_{15}	φ_{16}
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

- ¿Podemos definir cada $\boldsymbol{\varphi_i}$ usando solamente $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$ y nuestros cinco conectivos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\longrightarrow$ y $\longleftrightarrow$?

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (3)

Consideremos tres enunciados básicos $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$ y $\boldsymbol{r}$.

$\boldsymbol{p}$ $\boldsymbol{q}$ $\boldsymbol{r}$	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (3)

Consideremos tres enunciados básicos $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$ y $\boldsymbol{r}$.

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{r}$	
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	
0	1	1	
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (3)

Consideremos tres enunciados básicos p, q y r.

p	q	r	$\cdots$
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	
0	1	1	$\cdots$
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

¿Tenemos todo lo que necesitamos? (3)

Consideremos tres enunciados básicos p, q y r.

p	q	r	$\cdots$
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	$\cdots$
0	1	1	
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

- Can we define each φ_i by using only p, q and our five connectives $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\longrightarrow$ and $\leftrightarrow$?