Lógica en Acción

Capítulo 8: Demostrando válidaez

http://www.logicinaction.org/

La idea de las tablas semánticas (1)

$$\frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

Recordemos que:

una inferencia es **válida**
si y solo si

La idea de las **tablas semánticas** (1)

$$\frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

Recordemos que:

una inferencia es **válida**
si y solo si
la conclusión ψ es verdadera
en **todas las situaciones** en las cuales
todas las premisas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas.

La idea de las tablas semánticas (1)

$$\frac{\boldsymbol{\varphi_1}, \ldots, \boldsymbol{\varphi_n}}{\boldsymbol{\psi}}$$

Es decir:

una inferencia es **válida**
si y solo si

La idea de las tablas semánticas (1)

$$\frac{\varphi_1, \ldots, \varphi_n}{\psi}$$

Es decir:

una inferencia es **válida**
si y solo si
no existen situaciones en las cuales
todas las premisas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas
pero la conclusión ψ es falsa.

La idea de las **tablas semánticas** (2)

Si podemos encontrar una situación en la cual *todas las premisas* $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas pero la conclusión ψ es falsa, entonces la inferencia **no es válida**.

La idea de las **tablas semánticas** (2)

Si podemos encontrar una situación en la cual *todas las premisas* $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ son verdaderas pero la conclusión ψ es falsa, entonces la inferencia **no es válida**.

¡Busquemos dichas situaciones!

Empecemos con algo mas sencillo

$$\varphi$$

Recordemos que:

una fórmula es **válida**
si y solo si

Empecemos con algo mas sencillo

$$\varphi$$

Recordemos que:

una fórmula es **válida**
si y solo si
es verdadera **en cualquier situación**.

Empecemos con algo mas sencillo

$$\varphi$$

Es decir:

una fórmula es **válida**
si y solo si

Empecemos con algo mas sencillo

$$\varphi$$

Es decir:

una fórmula es **válida**
si y solo si
no existen situaciones en las cuales φ es falsa.

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida?

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida? ¿Puede $p \vee q$ ser falsa?

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida? ¿Puede $p \vee q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

Un caso simple

¿Es $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ\ \boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida? ¿Puede $p \vee q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \; p \vee q$$

$$\circ \; p, q$$

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida? ¿Puede $p \vee q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \; p \vee q$$

$$\circ \; p, q$$

¡Sí!

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida? ¿Puede $p \vee q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$
\begin{array}{l}
\circ \; p \vee q \\
\mid \\
\circ \; p, q
\end{array}
$$

¡Sí! Si p y q son ambas **falsas**, $p \vee q$ es **falsa**.

Un caso simple

¿Es $p \vee q$ válida? ¿Puede $p \vee q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ\ p \vee q$$

$$\circ\ p, q$$

¡Sí! Si p y q son ambas **falsas**, $p \vee q$ es **falsa**.

Por lo tanto, $p \vee q$ no es válida.

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \wedge q)$ válida?

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \land q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \land q)$ ser falsa?

Otro caso simple

¿Es $\neg(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$ válida? ¿Puede $\neg(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \land q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \land q)$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \ \neg(p \land q)$$

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \wedge q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \wedge q)$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \ \neg(p \wedge q)$$

$$p \wedge q \ \circ$$

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \wedge q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \wedge q)$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ\ \neg(p \wedge q)$

$p \wedge q\ \circ$

$p, q\ \circ$

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \wedge q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \wedge q)$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \quad \neg(p \wedge q)$$

$$p \wedge q \quad \circ$$

$$p, q \quad \circ$$

¡Sí!

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \wedge q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \wedge q)$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \; \neg(p \wedge q)$$

$$p \wedge q \; \circ$$

$$p, q \; \circ$$

¡Sí! Si p y q son ambas **verdaderas**, $\neg(p \wedge q)$ es **falsa**.

Otro caso simple

¿Es $\neg(p \wedge q)$ válida? ¿Puede $\neg(p \wedge q)$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ\ \neg(p \wedge q)$$

$$p \wedge q\ \circ$$

$$p, q\ \circ$$

¡Sí! Si p y q son ambas **verdaderas**, $\neg(p \wedge q)$ es **falsa**.

Por lo tanto, $\neg(p \wedge q)$ no es válida.

Y uno mas

¿Es $\boldsymbol{p} \land \boldsymbol{q}$ válida?

Y uno mas

¿Es $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ ser falsa?

Y uno mas

¿Es $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

Y uno mas

¿Es $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \; \boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$$

Y uno mas

¿Es $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ\ \boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}$

$\circ\ \boldsymbol{p}$ $\qquad\qquad$ $\circ\ \boldsymbol{q}$

Y uno mas

¿Es $p \wedge q$ válida? ¿Puede $p \wedge q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$
\begin{array}{ccc}
 & \circ\ p \wedge q & \\
\diagup & & \diagdown \\
\circ\ p & & \circ\ q
\end{array}
$$

¡Sí! De hecho, hay dos formas de hacer $p \wedge q$ falsa.

Y uno mas

¿Es $p \wedge q$ válida? ¿Puede $p \wedge q$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ\ p \wedge q$

$\circ\ p$ $\qquad\qquad$ $\circ\ q$

¡Sí! De hecho, hay dos formas de hacer $p \wedge q$ falsa.

Por lo tanto, $p \wedge q$ no es válida.

Finalmente

¿Es $p \vee \neg p$ válida?

Finalmente

¿Es $p \vee \neg p$ válida? ¿Puede $p \vee \neg p$ ser falsa?

Finalmente

¿Es $\boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

Finalmente

¿Es $p \vee \neg p$ válida? ¿Puede $p \vee \neg p$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ \ p \vee \neg p$

Finalmente

¿Es $p \lor \neg p$ válida? ¿Puede $p \lor \neg p$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ\ p \lor \neg p$

$\circ\ p, \neg p$

Finalmente

¿Es $\boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$ válida? ¿Puede $\boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$\circ\ \boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$

$\circ\ \boldsymbol{p}, \neg \boldsymbol{p}$

$\boldsymbol{p}\ \circ\ \boldsymbol{p}$

Finalmente

¿Es $p \vee \neg p$ válida? ¿Puede $p \vee \neg p$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \; p \vee \neg p$$

$$\circ \; p, \neg p$$

$$p \; \circ \; p$$

$$\times$$

Finalmente

¿Es $p \vee \neg p$ válida? ¿Puede $p \vee \neg p$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ \ p \vee \neg p$$

$$\circ \ p, \neg p$$

$$p \ \circ \ p$$

$$\times$$

¡No! $p \vee \neg p$ no puede ser falsa.

Finalmente

¿Es $p \lor \neg p$ válida? ¿Puede $p \lor \neg p$ ser falsa? Si es el caso, ¿cómo?

$$\circ\ p \lor \neg p$$

$$\circ\ p, \neg p$$

$$p\ \circ\ p$$

$$\times$$

¡No! $p \lor \neg p$ no puede ser falsa.

Por lo tanto, $p \lor \neg p$ **es válida**.

En general (1)

En general (1)

$\neg$

En general (1)

	$\neg\varphi$ ∘	
$\neg$		

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi \circ$ | $\circ\ \varphi$

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi \ \circ$ $\circ \ \varphi$	$\circ \ \neg\varphi$

En general (1)

$\neg$	$\begin{array}{rcl} \neg\varphi & \circ & \\ & \vert & \\ & \circ & \varphi \end{array}$	$\begin{array}{rcl} & \circ & \neg\varphi \\ & \vert & \\ \varphi & \circ & \end{array}$

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi\ \circ$ $\circ\ \varphi$	$\circ\ \neg\varphi$ $\varphi\ \circ$
$\wedge$		

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi \circ$ $\vert$ $\circ\ \varphi$	$\circ\ \neg\varphi$ $\vert$ $\varphi\ \circ$
$\wedge$	$\varphi \wedge \psi \circ$	

En general (1)

$\neg$	$\begin{array}{rcl} \neg\varphi & \circ & \\ & \mid & \\ & \circ & \varphi \end{array}$	$\begin{array}{rcl} & \circ & \neg\varphi \\ & \mid & \\ \varphi & \circ & \end{array}$
$\wedge$	$\begin{array}{rc} \varphi \wedge \psi & \circ \\ & \mid \\ \varphi, \psi & \circ \end{array}$	

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi\ \circ$ $\mid$ $\circ\ \varphi$	$\circ\ \neg\varphi$ $\mid$ $\varphi\ \circ$
$\wedge$	$\varphi\wedge\psi\ \circ$ $\mid$ $\varphi,\psi\ \circ$	$\circ\ \varphi\wedge\psi$

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi \ \circ$ $\circ \ \varphi$	$\circ \ \neg\varphi$ $\varphi \ \circ$
$\wedge$	$\varphi \wedge \psi \ \circ$ $\varphi, \psi \ \circ$	$\circ \ \varphi \wedge \psi$ $\circ \ \varphi \qquad \circ \ \psi$

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi \circ$ $\circ\ \varphi$	$\circ\ \neg\varphi$ $\varphi \circ$
$\wedge$	$\varphi \wedge \psi \circ$ $\varphi, \psi \circ$	$\circ\ \varphi \wedge \psi$ $\circ\ \varphi \qquad \circ\ \psi$
$\vee$		

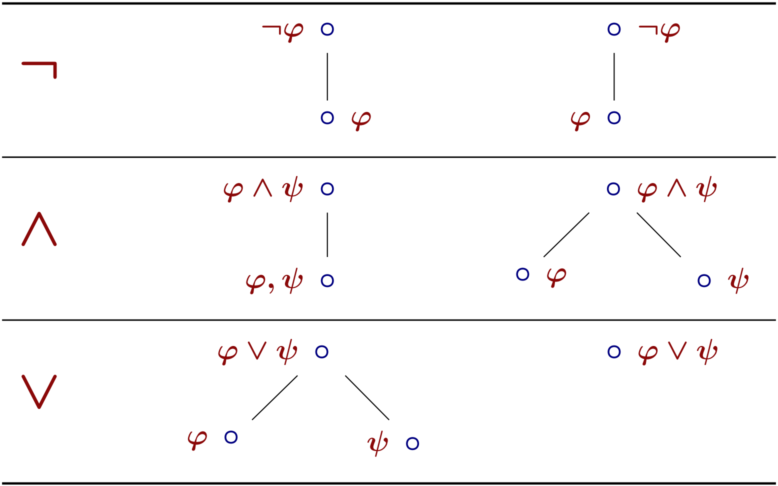
En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi$ ∘ ∘ φ	∘ $\neg\varphi$ φ ∘
$\wedge$	$\varphi \wedge \psi$ ∘ φ, ψ ∘	∘ $\varphi \wedge \psi$ ∘ φ ∘ ψ
$\vee$	$\varphi \vee \psi$ ∘	

En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi\ \circ$ $\circ\ \varphi$	$\circ\ \neg\varphi$ $\varphi\ \circ$
$\wedge$	$\varphi\wedge\psi\ \circ$ $\varphi,\psi\ \circ$	$\circ\ \varphi\wedge\psi$ $\circ\ \varphi$ $\quad$ $\circ\ \psi$
$\vee$	$\varphi\vee\psi\ \circ$ $\varphi\ \circ$ $\quad$ $\psi\ \circ$	

En general (1)



En general (1)

$\neg$	$\neg\varphi \circ$ $\mid$ $\circ\ \varphi$	$\circ\ \neg\varphi$ $\mid$ $\varphi\ \circ$
$\wedge$	$\varphi \wedge \psi\ \circ$ $\mid$ $\varphi, \psi\ \circ$	$\circ\ \varphi \wedge \psi$ $\circ\ \varphi \qquad \circ\ \psi$
$\vee$	$\varphi \vee \psi\ \circ$ $\varphi\ \circ \qquad \psi\ \circ$	$\circ\ \varphi \vee \psi$ $\mid$ $\circ\ \varphi, \psi$

En general (2)

En general (2)

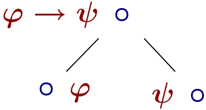
$\longrightarrow$	

En general (2)

$\longrightarrow$	$\varphi \to \psi$ ∘	

En general (2)

$\longrightarrow$



En general (2)

$\longrightarrow$	$\varphi \to \psi \;\circ$ $\circ\; \varphi \qquad\qquad \psi\; \circ$	$\circ\; \varphi \to \psi$

En general (2)

$\longrightarrow$	$\begin{array}{c} \varphi \to \psi \;\circ \\ \swarrow \qquad \searrow \\ \circ\; \varphi \qquad \psi\; \circ \end{array}$	$\begin{array}{c} \circ\; \varphi \to \psi \\ \mid \\ \varphi\; \circ\; \psi \end{array}$

En general (2)

$\longrightarrow$	$\varphi \to \psi \;\circ$ $\circ\; \varphi \qquad \psi \;\circ$	$\circ\; \varphi \to \psi$ $\varphi \;\circ\; \psi$
$\longleftrightarrow$		

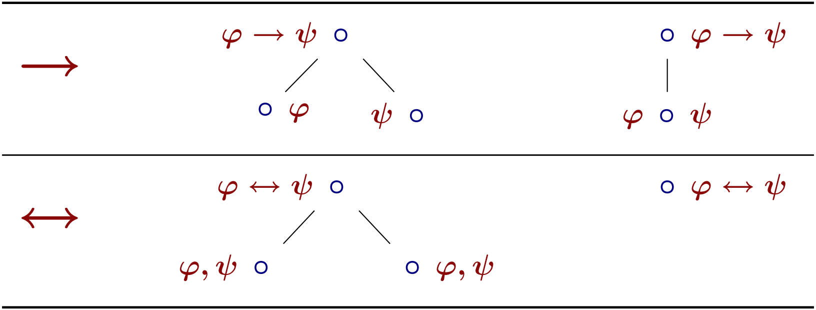
En general (2)

$\longrightarrow$	$\varphi \to \psi \ \circ$ $\circ \ \varphi \qquad \psi \ \circ$	$\circ \ \varphi \to \psi$ $\varphi \ \circ \ \psi$
$\longleftrightarrow$	$\varphi \leftrightarrow \psi \ \circ$	

En general (2)

$\longrightarrow$	$\begin{array}{ccc} & \varphi \to \psi \ \circ & \\ \circ \ \varphi & & \psi \ \circ \end{array}$	$\begin{array}{c} \circ \ \varphi \to \psi \\ \mid \\ \varphi \ \circ \ \psi \end{array}$
$\longleftrightarrow$	$\begin{array}{ccc} & \varphi \leftrightarrow \psi \ \circ & \\ \varphi, \psi \ \circ & & \circ \ \varphi, \psi \end{array}$	

En general (2)


$\longrightarrow$
$\varphi \rightarrow \psi \circ$
$\circ \varphi$
$\psi \circ$
$\circ \varphi \rightarrow \psi$
$\varphi \circ \psi$
$\longleftrightarrow$
$\varphi \leftrightarrow \psi \circ$
$\varphi, \psi \circ$
$\circ \varphi, \psi$
$\circ \varphi \leftrightarrow \psi$

En general (2)

$\longrightarrow$	$\dfrac{\varphi \to \psi \ \circ}{\circ\ \varphi \qquad \psi\ \circ}$	$\dfrac{\circ\ \varphi \to \psi}{\varphi\ \circ\ \psi}$
$\longleftrightarrow$	$\dfrac{\varphi \leftrightarrow \psi \ \circ}{\varphi, \psi\ \circ \qquad \circ\ \varphi, \psi}$	$\dfrac{\circ\ \varphi \leftrightarrow \psi}{\varphi\ \circ\ \psi \qquad \psi\ \circ\ \varphi}$

Terminología

Terminología

- **Secuente**. A cada nodo en el árbol se le llama *secuente*.

Terminología

- **Secuente**. A cada nodo en el árbol se le llama *secuente*.
- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su secuente final *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.

Terminología

- **Secuente**. A cada nodo en el árbol se le llama *secuente*.
- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su secuente final *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.
- **Tabla cerrada**. Una *tabla* está **cerrada** si *todas* sus ramas están *cerradas*.

Terminología

- **Secuente**. A cada nodo en el árbol se le llama *secuente*.
- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su secuente final *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.
- **Tabla cerrada**. Una *tabla* está **cerrada** si *todas* sus ramas están *cerradas*.
- **Rama abierta**. Una *rama* está **abierta** si *no está cerrada* y *no hay regla* que se pueda aplicar.

Terminología

- **Secuente**. A cada nodo en el árbol se le llama *secuente*.
- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su secuente final *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.
- **Tabla cerrada**. Una *tabla* está **cerrada** si *todas* sus ramas están *cerradas*.
- **Rama abierta**. Una *rama* está **abierta** si *no está cerrada* y *no hay regla* que se pueda aplicar.
- **Tabla abierta**. Una *tabla* está **abierta** si contiene *al menos* una rama abierta.

Para practicar

Utilice el método de **tablas semánticas** para decidir si cada una de las siguientes fórmulas es válida o no. Si la respuesta es negativa, proporcione un *contraejemplo*.

- $(\neg p) \wedge q$
- $p \to (q \to r)$
- $((p \vee q) \to r) \wedge (p \to \neg q)$
- $\neg(p \wedge q \wedge r)$
- $(\neg r) \to (\neg p)$
- $(p \to q) \to ((p \wedge r) \to q)$
- $((p \vee q) \vee \neg(p \vee (q \wedge r)))$
- $(p \vee q) \vee \neg(p \vee (q \wedge r))$
- $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$
- $((p \wedge q) \wedge r) \vee ((\neg p \wedge \neg q) \wedge \neg r)$
- $((p \wedge q) \to r) \leftrightarrow (p \to (q \to r))$
- $((\neg p \to q) \wedge (p \vee \neg q)) \to (p \vee r)$
- $((p \vee q) \to r) \leftrightarrow ((p \to r) \vee (q \to r))$
- $\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \leftrightarrow \neg q)$
- $p \vee \neg q$
- $(p \to q) \to r$
- $(p \wedge (p \to q)) \to q$
- $q \wedge \neg q$
- $\neg\neg p$
- $(q \wedge (p \to q)) \to p$
- $((p \leftrightarrow (q \to r)) \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q) \to r))$
- $\neg((\neg p \vee \neg(q \wedge r)) \vee (p \wedge r))$
- $(p \leftrightarrow (q \to r)) \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q) \to r)$
- $(p \to q) \vee (q \to p)$
- $((\neg p \to q) \wedge (p \vee \neg q)) \to p$
- $(p \to (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \to q) \wedge (p \to r))$
- $((p \vee q) \to r) \leftrightarrow ((p \to r) \wedge (q \to r))$
-

¿Y validez de inferencias?

¿Y validez de inferencias?

Podemos utilizar **tablas semánticas** para decidir si una inferencia es válida o no.

¿Y validez de inferencias?

Podemos utilizar **tablas semánticas** para decidir si una inferencia es válida o no.

Una inferencia $\boldsymbol{\varphi_1, \ldots, \varphi_n / \psi}$ es válida

si y solo si

no hay situaciones en las cuales $\boldsymbol{\varphi_1}, \ldots, \boldsymbol{\varphi_n}$ sean **todas verdaderas** pero $\boldsymbol{\psi}$ sea **falsa**.

¿Y validez de inferencias?

Podemos utilizar **tablas semánticas** para decidir si una inferencia es válida o no.

Una inferencia $\boldsymbol{\varphi_1, \ldots, \varphi_n / \psi}$ es válida
si y solo si
no hay situaciones en las cuales $\boldsymbol{\varphi_1}, \ldots, \boldsymbol{\varphi_n}$ sean **todas verdaderas**
pero $\boldsymbol{\psi}$ sea **falsa**.

Podemos trabajar con una tabla de la siguiente forma

¿Y validez de inferencias?

Podemos utilizar **tablas semánticas** para decidir si una inferencia es válida o no.

Una inferencia $\varphi_1, \ldots, \varphi_n / \psi$ es válida

si y solo si

no hay situaciones en las cuales $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ sean **todas verdaderas** pero ψ sea **falsa**.

Podemos trabajar con una tabla de la siguiente forma

$$\varphi_1, \ldots, \varphi_n \circ \psi$$

Para practicar

Utilice el método de **tablas semánticas** para decidir si cada una de las siguientes inferencias es válida o no. Si la respuesta es negativa, proporcione un *contraejemplo*.

- ¿ $\varphi \vee \psi, \neg\psi \models \varphi$?
- ¿ $\varphi \wedge \neg\varphi \models \psi$?
- ¿ $(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \models \varphi \vee (\psi \wedge \chi)$?
- ¿ $\varphi \to \psi \models (\neg\varphi) \vee \psi$?
- ¿ $\neg\neg\varphi \models \varphi$?
- ¿ $\neg(\varphi \wedge \psi), \psi \models \neg\varphi$?
- ¿ $((\neg\varphi \vee \neg\psi) \vee \chi), (\psi \vee \chi), \varphi \models \chi$?
- ¿ $\neg(\varphi \leftrightarrow \psi) \models \neg\varphi \leftrightarrow \psi$?
- ¿ $\varphi \to (\psi \wedge \chi), \neg((\varphi \vee \psi) \to \chi) \models \varphi$?
- ¿ $\varphi \to \psi, \varphi \to \neg\psi \models \neg\varphi$?
- ¿ $\varphi \to \psi \models \psi \to \varphi$?
- ¿ $\varphi \to \psi, \varphi \models \psi$?
- ¿ $\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \models (\varphi \vee \psi) \wedge \chi$?
- ¿ $\neg(\varphi \wedge \psi) \models \neg\varphi$?
- ¿ $\varphi \to \psi, \psi \models \varphi$?
- ¿ $\neg(\psi \wedge \chi), \psi \models \neg\chi$?
- ¿ $\varphi \vee \psi, \varphi \to \chi, \psi \to \chi \models \chi$?
- ¿ $\neg(\varphi \to (\psi \wedge \chi)), \chi \to (\varphi \wedge \psi) \models \neg\chi$?
- ¿ $\varphi \to \psi, \varphi \to \chi \models \psi \leftrightarrow \chi$?
- ¿$\varphi, \psi \models \chi \vee \neg\chi$?
- $\varphi \to \psi, \chi \to \eta, \varphi \vee \chi, \neg(\psi \wedge \eta) \models (\psi \to \varphi) \wedge (\eta \to \chi)$?

Las **tablas semánticas** pueden ser usadas para . . .

Las **tablas semánticas** pueden ser usadas para . . .

1. Decidir si una **fórmula** es **válida** o no.

Las **tablas semánticas** pueden ser usadas para ...

1. Decidir si una **fórmula** es **válida** o no.
2. Decidir si una **fórmula** es **satisfacible** o no (¿como?), y entonces decidir si la fórmula es **una contradicción** o no.

Las **tablas semánticas** pueden ser usadas para . . .

1. Decidir si una **fórmula** es **válida** o no.
2. Decidir si una **fórmula** es **satisfacible** o no (¿como?), y entonces decidir si la fórmula es **una contradicción** o no.
3. Decidir si un **conjunto de fórmulas** es **satisfacible** (i.e., existe una situación en la cual **todas** las fórmulas son verdaderas) o no (¿como?).

Las **tablas semánticas** pueden ser usadas para ...

1. Decidir si una **fórmula** es **válida** o no.
2. Decidir si una **fórmula** es **satisfacible** o no (¿como?), y entonces decidir si la fórmula es **una contradicción** o no.
3. Decidir si un **conjunto de fórmulas** es **satisfacible** (i.e., existe una situación en la cual **todas** las fórmulas son verdaderas) o no (¿como?).
4. Decidir si una **inferencia** es **válida** o no, y entonces decidir si **dos fórmulas** son **lógicamente equivalentes** o no.

Observaciones importantes

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (valores de verdad de proposiciones atómicas) con los requerimientos especificados.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (valores de verdad de proposiciones atómicas) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **proposicional**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (valores de verdad de proposiciones atómicas) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **proposicional**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.
3. Las reglas descritas son **completas** para **encontrar contraejemplos** en lógica **proposicional**: si una inferencia no es válida, la tabla tendrá al menos una rama abierta.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (valores de verdad de proposiciones atómicas) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **proposicional**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.
3. Las reglas descritas son **completas** para **encontrar contraejemplos** en lógica **proposicional**: si una inferencia no es válida, la tabla tendrá al menos una rama abierta.
4. Las reglas descritas pueden generar **todos los contraejemplos** de una inferencia proposicional no válida.

Para la lógica de predicados

Para la lógica de predicados

Las tablas semánticas también se pueden utilizar para decidir validez de fórmulas e inferencias en lógica de predicados.

Para la lógica de predicados

Las tablas semánticas también se pueden utilizar para decidir validez de fórmulas e inferencias en lógica de predicados.

Ya tenemos reglas para los conectivos lógicos ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).

Para la lógica de predicados

Las tablas semánticas también se pueden utilizar para decidir validez de fórmulas e inferencias en lógica de predicados.

Ya tenemos reglas para los conectivos lógicos ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).

Solo hacen falta reglas para los **cuantificadores** ($\exists, \forall$).

Cuantificadores (1)

Cuantificadores (1)

$\exists$

Cuantificadores (1)

$\exists x \varphi(x)$ ∘

$\exists$

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x \varphi(x)$ ∘ $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$	

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x)$ ∘ $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x)$ ∘ | $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	∘ $\exists x\varphi(x)$

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x \varphi(x)$ ∘ | $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$ **Con a un elemento nuevo**	∘ $\exists x \varphi(x)$ | ∘ $\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x) \circ$ $\varphi(a) \overset{+}{\circ}$ **Con a un elemento nuevo**	$\circ\ \exists x\varphi(x)$ $\circ\ \varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$ **Con $a_1, \ldots, a_n$ los elementos existentes**

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x)\ \circ$ $\mid$ $\varphi(a)\ \overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	$\circ\ \exists x\varphi(x)$ $\mid$ $\circ\ \varphi(a_1),\ldots,\varphi(a_n)$ **Con $a_1,\ldots,a_n$** **los elementos existentes**
$\forall$		

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x \varphi(x)$ ∘ │ $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$ **Con** a **un elemento nuevo**	∘ $\exists x \varphi(x)$ │ ∘ $\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$ **Con** $a_1, \ldots, a_n$ **los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x \varphi(x)$ ∘	

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x \varphi(x)$ ∘ | $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	∘ $\exists x \varphi(x)$ | ∘ $\varphi(a_1), \dots, \varphi(a_n)$ **Con $a_1, \dots, a_n$** **los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x \varphi(x)$ ∘ | $\varphi(a_1), \dots, \varphi(a_n)$ ∘	

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x) \circ$ $\vert$ $\varphi(a) \overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	$\circ\ \exists x\varphi(x)$ $\vert$ $\circ\ \varphi(a_1),\ldots,\varphi(a_n)$ **Con $a_1,\ldots,a_n$** **los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x\varphi(x) \circ$ $\vert$ $\varphi(a_1),\ldots,\varphi(a_n) \circ$ **Con $a_1,\ldots,a_n$** **los elementos existentes**	

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x \varphi(x) \circ$ $\mid$ $\varphi(a) \overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	$\circ\ \exists x \varphi(x)$ $\mid$ $\circ\ \varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$ **Con $a_1, \ldots, a_n$** **los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x \varphi(x) \circ$ $\mid$ $\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n) \circ$ **Con $a_1, \ldots, a_n$** **los elementos existentes**	$\circ\ \forall x \varphi(x)$

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x)\ \circ$ $\vert$ $\varphi(a)\ \overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	$\circ\ \exists x\varphi(x)$ $\vert$ $\circ\ \varphi(a_1),\ldots,\varphi(a_n)$ **Con $a_1,\ldots,a_n$** **los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x\varphi(x)\ \circ$ $\vert$ $\varphi(a_1),\ldots,\varphi(a_n)\ \circ$ **Con $a_1,\ldots,a_n$** **los elementos existentes**	$\circ\ \forall x\varphi(x)$ $\vert$ $\overset{+}{\circ}\ \varphi(a)$

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x)$ ∘ | $\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$ **Con a** **un elemento nuevo**	∘ $\exists x\varphi(x)$ | ∘ $\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$ **Con $a_1, \ldots, a_n$** **los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x\varphi(x)$ ∘ | $\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$ ∘ **Con $a_1, \ldots, a_n$** **los elementos existentes**	∘ $\forall x\varphi(x)$ | $\overset{+}{\circ}$ $\varphi(a)$ **Con a** **un elemento nuevo**

Cuantificadores (1)

$\exists$	$\exists x\varphi(x)\ \circ$ $\varphi(a)\ \overset{+}{\circ}$ **Con a un elemento nuevo**	$\circ\ \exists x\varphi(x)$ $\circ\ \varphi(a_1),\dots,\varphi(a_n)$ **Con $a_1,\dots,a_n$ los elementos existentes**
$\forall$	$\forall x\varphi(x)\ \circ$ $\varphi(a_1),\dots,\varphi(a_n)\ \circ$ **Con $a_1,\dots,a_n$ los elementos existentes**	$\circ\ \forall x\varphi(x)$ $\overset{+}{\circ}\ \varphi(a)$ **Con a un elemento nuevo**

Afirnaciones existenciales:	$\exists x\varphi(x)\ \circ$	$\circ\ \forall x\varphi(x)$

Cuantificadores (1)

$\exists$

$\exists x \varphi(x) \circ$

$\varphi(a) \circ$

Con a
un elemento nuevo

$\circ\ \exists x \varphi(x)$

$\circ\ \varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)$

Con $a_1, \ldots, a_n$
los elementos existentes

$\forall$

$\forall x \varphi(x) \circ$

$\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n) \circ$

Con $a_1, \ldots, a_n$
los elementos existentes

$\circ\ \forall x \varphi(x)$

$\circ\ \varphi(a)$

Con a
un elemento nuevo

Afirnaciones existenciales:	$\exists x \varphi(x) \circ$	$\circ\ \forall x \varphi(x)$
Afirmaciones universales:	$\circ\ \exists x \varphi(x)$	$\forall x \varphi(x) \circ$

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

$\forall x \varphi(x)$ $\circ$

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

$\forall x \varphi(x)$ $\circ$

$\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

$\forall x \varphi(x)$ $\circ$

$\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$

Con a

un elemento nuevo

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

$\forall x \varphi(x)$ ∘	∘ $\exists x \varphi(x)$
$\varphi(a)$ $\overset{+}{\circ}$	

Con a

un elemento nuevo

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

$\forall x \varphi(x)\ \circ$	$\circ\ \exists x \varphi(x)$
$\varphi(a)\ \overset{+}{\circ}$	$\overset{+}{\circ}\ \varphi(a)$
Con a **un elemento nuevo**	

Cuantificadores (2)

¿Que pasa si tenemos afirmaciones universales, pero no tenemos elementos?

- Agregamos un elemento nuevo (no permitimos dominios vacíos).

$\forall x \varphi(x) \circ$	$\circ\ \exists x \varphi(x)$
$\varphi(a)\ \overset{+}{\circ}$	$\overset{+}{\circ}\ \varphi(a)$
Con *a*	**Con *a***
un elemento nuevo	**un elemento nuevo**

Cuantificadores (3)

Observación importante.

Cuantificadores (3)

Observación importante.

- Cada vez que agregamos un nuevo elemento ($\overset{+}{\circ}$), debemos **reactivar** todas las afirmaciones universales previas.

Recomendaciones

En las tablas semánticas para lógica de predicados, se recomienda el siguiente orden:

Recomendaciones

En las tablas semánticas para lógica de predicados, se recomienda el siguiente orden:

1. Trabajar primero con conectivos lógicos ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).

Recomendaciones

En las tablas semánticas para lógica de predicados, se recomienda el siguiente orden:

1. Trabajar primero con conectivos lógicos ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).
2. Después trabajar con afirmaciones existenciales.

Recomendaciones

En las tablas semánticas para lógica de predicados, se recomienda el siguiente orden:

1. Trabajar primero con conectivos lógicos ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).
2. Después trabajar con afirmaciones existenciales.
3. Finalmente trabajar con afirmaciones universales.

Para practicar

¿Cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- $\forall x(Px) \models \neg\exists x(\neg Px)$
- $\neg\exists x(Px) \models \forall x(\neg Px)$
- $\forall x\exists yRxy \models \forall xRxx$
- $\forall x\forall yRxy \models \forall xRxx$
- $\forall x\forall yRxy, Rab \models Raa$
- $\forall x(Px \to Qx) \lor \forall y(Qy \to Py) \models \forall x\forall y((Px \land Qy) \to (Qx \lor Py))$
- $\forall xPx \to \forall xQx \models \forall x(Px \to Qx)$
- $\forall x(Px \to Qx) \models \forall xPx \to \forall xQx$
- $\exists y\forall xRxy \models \forall x\exists yRxy$
- $\forall x(Px \to Qx), \exists x(Px \land Rx) \models \exists x(Qx \land Rx)$
- $\forall x(Px \to Qx), \exists x(\neg Px \land Rx) \models \exists x(\neg Qx \land Rx)$
- $\neg\exists x(Px \land Qx), \forall x(Qx \to Rx) \models \neg\exists x(Px \land Rx)$
- $\forall x(Px \to Qx), \forall x(Qx \to Rx), \forall x(Rx \to Px) \models \forall x(Qx \land Px)$

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy}{\exists y \forall x Rxy}$$

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy}{\exists y \forall x Rxy}$$

- ¿Que dice?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy}{\exists y \forall x Rxy}$$

- ¿Que dice?
- ¿Es válida?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy}{\exists y \forall x Rxy}$$

- ¿Que dice?
- ¿Es válida?
- ¿Podemos encontrar un contraejemplo sin usar tablas semánticas?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy}{\exists y \forall x Rxy}$$

- ¿Que dice?
- ¿Es válida?
- ¿Podemos encontrar un contraejemplo sin usar tablas semánticas?
- ¿Podemos encontrar un contraejemplo usando tablas semánticas?

¿Que podemos hacer?

El problema

¿Que podemos hacer?

El problema

- Cada afirmación existencial introduce un nuevo elemento.

¿Que podemos hacer?

El problema

- Cada afirmación existencial introduce un nuevo elemento.
- Pero tal vez los elementos existentes son útiles.

¿Que podemos hacer?

El problema

- Cada afirmación existencial introduce un nuevo elemento.
- Pero tal vez los elementos existentes son útiles.

Una solución

¿Que podemos hacer?

El problema

- Cada afirmación existencial introduce un nuevo elemento.
- Pero tal vez los elementos existentes son útiles.

Una solución

- En cada afirmación existencial, consideraremos la posibilidad de que un elemento ya existente sea el adecuado.

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

$\exists x \varphi(x) \circ$

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

$$\exists x \varphi(x) \circ$$

$$\varphi(a_i) \circ \qquad \varphi(a) \overset{+}{\circ}$$

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

$\exists x \varphi(x) \circ$

$\varphi(a_i) \circ$ $\qquad$ $\varphi(a) \overset{+}{\circ}$

Con a_i existente

y a nuevo

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

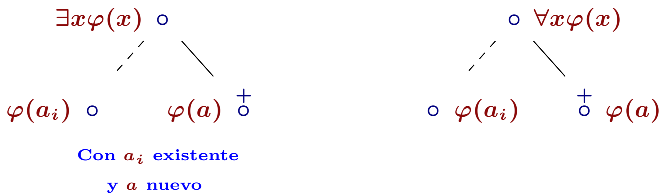
$\exists x \varphi(x) \circ$	$\circ\ \forall x \varphi(x)$

$\varphi(a_i) \circ \qquad \varphi(a) \overset{+}{\circ}$

Con a_i existente

y a nuevo

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales



Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

$\exists x \varphi(x) \circ$	$\circ\ \forall x \varphi(x)$
$\varphi(a_i) \circ \qquad \varphi(a) \overset{+}{\circ}$	$\circ\ \varphi(a_i) \qquad \overset{+}{\circ}\ \varphi(a)$
Con a_i existente y a nuevo	**Con a_i existente y a nuevo**

Reglas extendidas para afirmaciones existenciales

$\exists x \varphi(x) \circ$	$\circ\ \forall x \varphi(x)$
$\varphi(a_i) \circ \qquad \varphi(a) \overset{+}{\circ}$	$\circ\ \varphi(a_i) \qquad \overset{+}{\circ}\ \varphi(a)$
Con a_i existente y a nuevo	**Con a_i existente y a nuevo**

¿Que sucede ahora con $\dfrac{\forall y \exists x Rxy}{\exists y \forall x Rxy}$?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy, \forall x \forall y \forall z \big((Rxy \land Ryz) \rightarrow Rxz\big)}{\exists x \exists y (Rxy \land Ryx)}$$

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy, \forall x \forall y \forall z \big((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz\big)}{\exists x \exists y (Rxy \wedge Ryx)}$$

- ¿Que dice?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy, \forall x \forall y \forall z \big((Rxy \land Ryz) \to Rxz\big)}{\exists x \exists y (Rxy \land Ryx)}$$

- ¿Que dice?
- ¿Es válida?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy, \forall x \forall y \forall z \big((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz\big)}{\exists x \exists y (Rxy \wedge Ryx)}$$

- ¿Que dice?
- ¿Es válida?
- ¿Podemos encontrar un contraejemplo sin usar tablas semánticas?

¿Siempre podemos encontrar contraejemplos?

Considere la siguiente inferencia

$$\frac{\forall y \exists x Rxy, \forall x \forall y \forall z\big((Rxy \land Ryz) \to Rxz\big)}{\exists x \exists y (Rxy \land Ryx)}$$

- ¿Que dice?
- ¿Es válida?
- ¿Podemos encontrar un contraejemplo sin usar tablas semánticas?
- ¿Podemos encontrar un contraejemplo usando tablas semánticas?

¿Que podemos hacer?

El problema

¿Que podemos hacer?

El problema

- Una tabla semántica intenta construir un contraejemplo paso a paso, agregando a lo mucho un elemento en cada paso.

¿Que podemos hacer?

El problema

- Una tabla semántica intenta construir un contraejemplo paso a paso, agregando a lo mucho un elemento en cada paso.
- Por lo tanto, solo podemos construir modelos **finitos**.

¿Que podemos hacer?

El problema

- Una tabla semántica intenta construir un contraejemplo paso a paso, agregando a lo mucho un elemento en cada paso.
- Por lo tanto, solo podemos construir modelos **finitos**.
- Existen inferencias no válida cuyos contraejemplos son modelos *infinitos*.

Observaciones importantes

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (dominio, propiedades y relaciones) con los requerimientos especificados.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (dominio, propiedades y relaciones) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **de predicados**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (dominio, propiedades y relaciones) con los requerimientos especificados.

2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **de predicados**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.

3. Las reglas descritas son **no son completas** para **encontrar contraejemplos** en lógica **de predicados**: si una inferencia no es válida **y sus contraejemplos son modelos infinitos**, la tabla no los encontrará.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (dominio, propiedades y relaciones) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **de predicados**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.
3. Las reglas descritas son **no son completas** para **encontrar contraejemplos** en lógica **de predicados**: si una inferencia no es válida **y sus contraejemplos son modelos infinitos**, la tabla no los encontrará.
4. Las reglas descritas pueden **no** puede generar **todos los contraejemplos** de una inferencia de predicados no válida.

Para lógica epistémica

Para lógica epistémica

Las tablas semánticas también se pueden utilizar para decidir validez de fórmulas e inferencias en lógica epistémica.

Para lógica epistémica

Las tablas semánticas también se pueden utilizar para decidir validez de fórmulas e inferencias en lógica epistémica.

Existen diferentes reglas, de acuerdo al número de relaciones $\boldsymbol{R_i}$ y a sus propiedades.

Para lógica epistémica

Las tablas semánticas también se pueden utilizar para decidir validez de fórmulas e inferencias en lógica epistémica.

Existen diferentes reglas, de acuerdo al número de relaciones $\boldsymbol{R_i}$ y a sus propiedades.

Presentaremos reglas para el caso en el que tenemos **una** relación **de equivalencia** (i.e., *reflexiva*, *transitiva* y *simétrica*).

La idea intuitiva

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

- Para la lógica **proposicional** necesitamos el valor de verdad de las proposiciones atómicas.

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

- Para la lógica **proposicional** necesitamos el valor de verdad de las proposiciones atómicas.
- Para la lógica **de predicados** necesitamos el dominio y las propiedades y relaciones de los objetos.

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

- Para la lógica **proposicional** necesitamos el valor de verdad de las proposiciones atómicas.
- Para la lógica **de predicados** necesitamos el dominio y las propiedades y relaciones de los objetos.
- Para la lógica **epistémica** necesitamos el conjunto de mundos, la valuación y la relación.

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

- Para la lógica **proposicional** necesitamos el valor de verdad de las proposiciones atómicas.
- Para la lógica **de predicados** necesitamos el dominio y las propiedades y relaciones de los objetos.
- Para la lógica **epistémica** necesitamos el conjunto de mundos, la valuación y la relación.

Observe que

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

- Para la lógica **proposicional** necesitamos el valor de verdad de las proposiciones atómicas.
- Para la lógica **de predicados** necesitamos el dominio y las propiedades y relaciones de los objetos.
- Para la lógica **epistémica** necesitamos el conjunto de mundos, la valuación y la relación.

Observe que

- en nuestro caso (*una relación de equivalencia*), el dominio es tan solo un conjunto de mundos (i.e., todo mundo es accessible a partir de cualquier otro).

La idea intuitiva

La estrategia: construir un modelo con los requerimientos especificados.

- Para la lógica **proposicional** necesitamos el valor de verdad de las proposiciones atómicas.
- Para la lógica **de predicados** necesitamos el dominio y las propiedades y relaciones de los objetos.
- Para la lógica **epistémica** necesitamos el conjunto de mundos, la valuación y la relación.

Observe que

- en nuestro caso (*una relación de equivalencia*), el dominio es tan solo un conjunto de mundos (i.e., todo mundo es accessible a partir de cualquier otro).
- Por lo tanto, cada nodo tendrá la información de este conjunto de mundos.

Nodos del árbol

Nodos del árbol

- Nodos en tablas semánticas para lógica proposicional y de predicados:

Nodos del árbol

- Nodos en tablas semánticas para lógica proposicional y de predicados:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \circ \chi_1, \ldots, \chi_m$$

Nodos del árbol

- Nodos en tablas semánticas para lógica proposicional y de predicados:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \circ \chi_1, \ldots, \chi_m$$

- Nodos en tablas semánticas para lógica epistémica:

Nodos del árbol

- Nodos en tablas semánticas para lógica proposicional y de predicados:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \circ \chi_1, \ldots, \chi_m$$

- Nodos en tablas semánticas para lógica epistémica:

$$\boxed{\begin{array}{c} \phi^1_1, \ldots, \phi^1_{n_1} \circ \chi^1_1, \ldots, \chi^1_{m_1} \\ \vdots \\ \phi^l_1, \ldots, \phi^l_{n_l} \circ \chi^l_1, \ldots, \chi^l_{m_l} \end{array}}$$

Terminología y notación

Terminología y notación

- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.

Terminología y notación

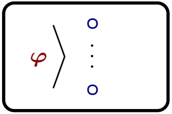
- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.
- Cada elemento de un multi-secuente es un **secuente**.

Terminología y notación

- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.
- Cada elemento de un multi-secuente es un **secuente**.
- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *al menos un* secuente, escribiremos

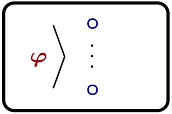
Terminología y notación

- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.
- Cada elemento de un multi-secuente es un **secuente**.
- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *al menos un* secuente, escribiremos



Terminología y notación

- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.
- Cada elemento de un multi-secuente es un **secuente**.
- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *al menos un* secuente, escribiremos



- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *todos* los secuentes, escribiremos

Terminología y notación

- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.
- Cada elemento de un multi-secuente es un **secuente**.
- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *al menos un* secuente, escribiremos

$$\boxed{\varphi \left\rangle \begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} \right.}$$

- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *todos* los secuentes, escribiremos

$$\boxed{\varphi \left\{ \begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} \right.}$$

Terminología y notación

- A cada nodo se le llama **multi-secuente**.
- Cada elemento de un multi-secuente es un **secuente**.
- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *al menos un* secuente, escribiremos

$$\boxed{\varphi \left\rangle \begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} \right.}$$

- Si la fórmula φ aparece a la izquierda de *todos* los secuentes, escribiremos

$$\boxed{\varphi \left\{ \begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} \right.}$$

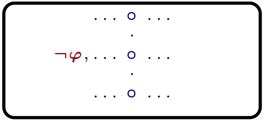
- Notación para el lado derecho es análoga.

Las reglas para conectivos (1)

Para la negación $\neg$:

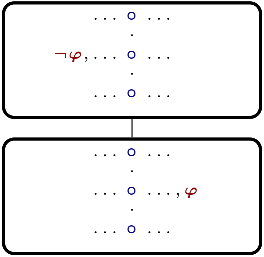
Las reglas para conectivos (1)

Para la negación $\neg$:



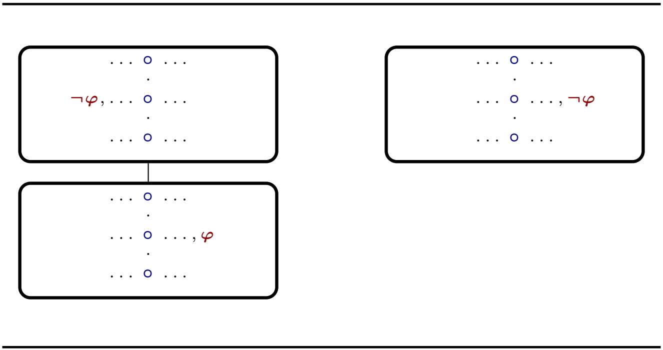
Las reglas para conectivos (1)

Para la negación ¬:



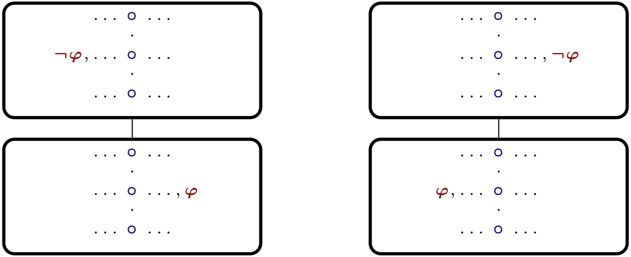
Las reglas para conectivos (1)

Para la negación $\neg$:



Las reglas para conectivos (1)

Para la negación $\neg$:



Las reglas para conectivos (2)

Para la conjunción $\wedge$:

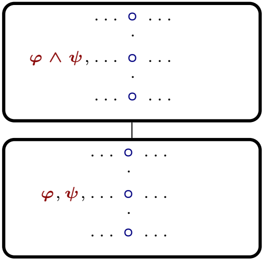
Las reglas para conectivos (2)

Para la conjunción $\land$:

$$\begin{array}{rcl} \ldots & \circ & \ldots \\ & \vdots & \\ \varphi \land \psi, \ldots & \circ & \ldots \\ & \vdots & \\ \ldots & \circ & \ldots \end{array}$$

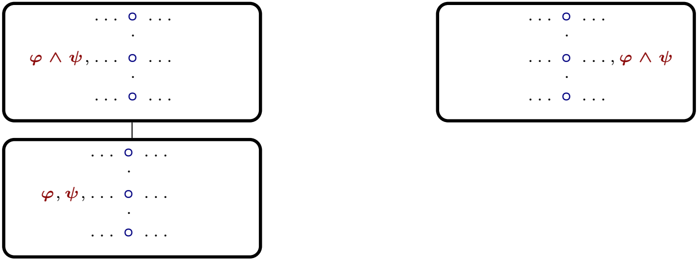
Las reglas para conectivos (2)

Para la conjunción $\wedge$:



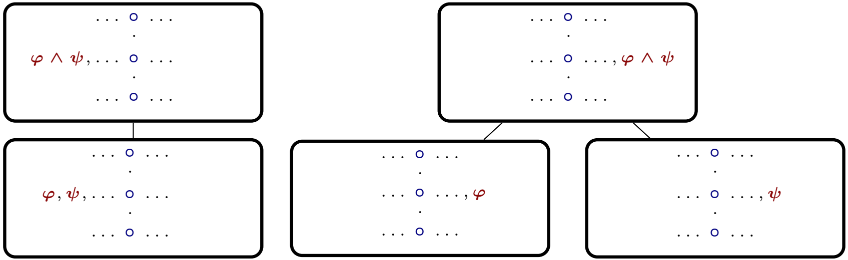
Las reglas para conectivos (2)

Para la conjunción $\wedge$:



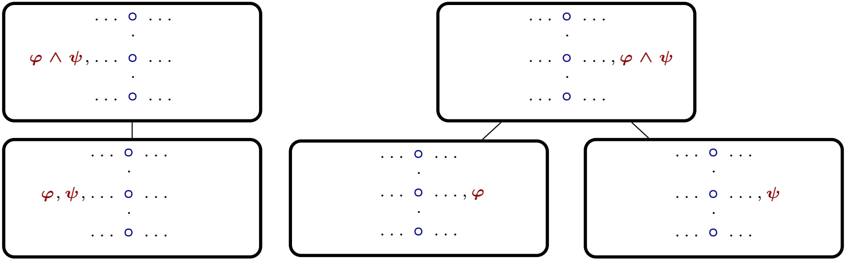
Las reglas para conectivos (2)

Para la conjunción $\wedge$:



Las reglas para conectivos (2)

Para la conjunción $\wedge$:



Similar para los demás conectivos.

Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:

Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:

$$\ldots \circ \ldots$$

$$\vdots$$

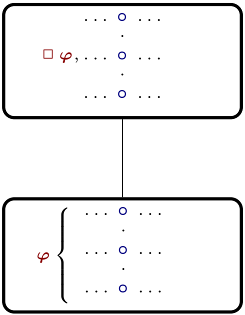
$$\Box\varphi, \ldots \circ \ldots$$

$$\vdots$$

$$\ldots \circ \ldots$$

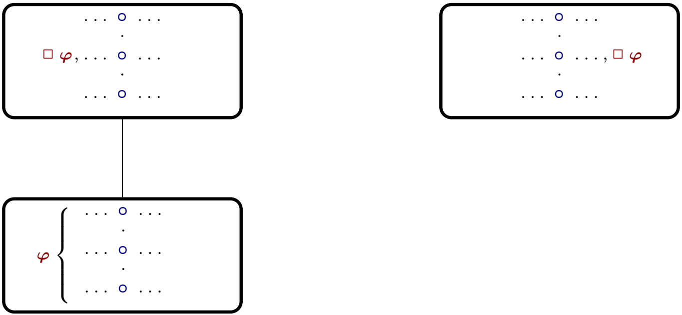
Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:



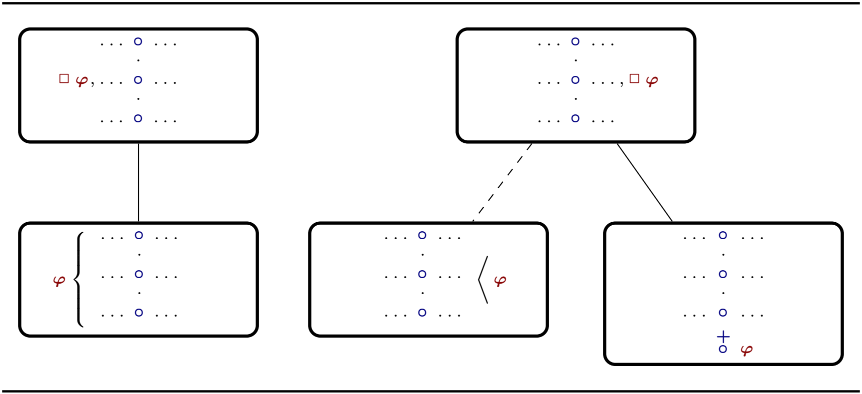
Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:



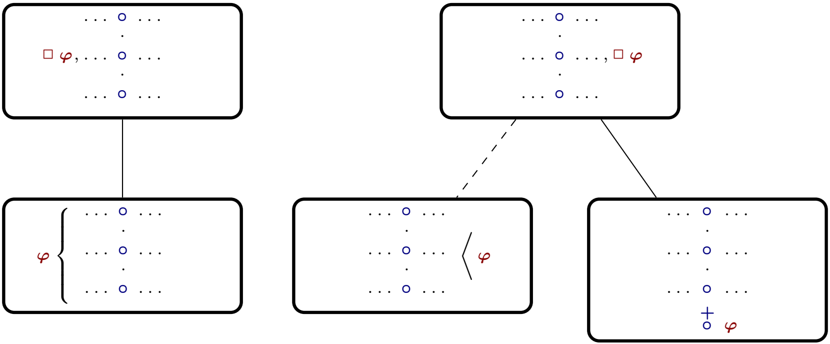
Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:



Para el operador modal (1)

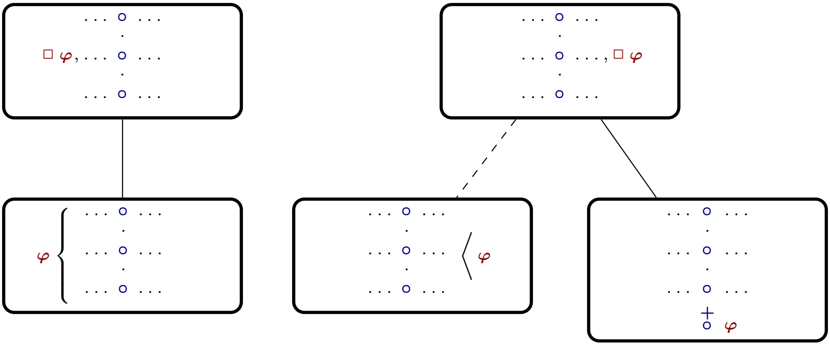
Para el operador modal $\Box$:



La idea:

Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:

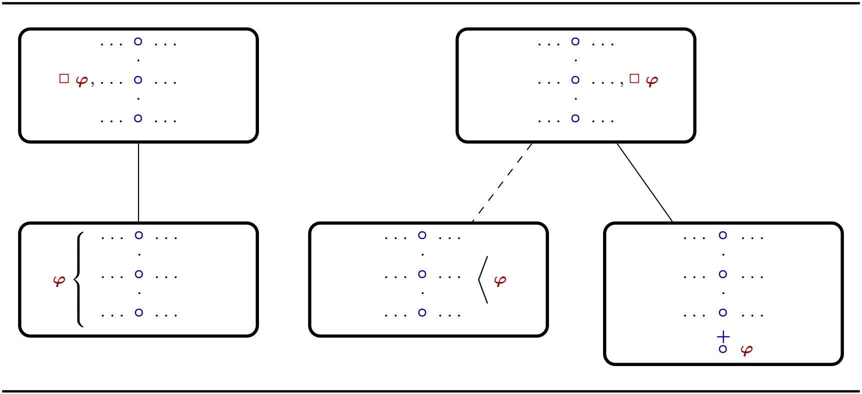


La idea:

- si $\Box\,\varphi$ es *verdadera*, todos los mundos deben hacer φ verdadera;

Para el operador modal (1)

Para el operador modal $\Box$:



La idea:

- si $\Box\,\varphi$ es *verdadera*, todos los mundos deben hacer φ verdadera;
- si $\Box\,\varphi$ es *falsa*, al menos un mundo debe hacer φ falsa.

Para el operador modal (2)

Terminología:

Para el operador modal (2)

Terminología:

Afirmación universal:

Para el operador modal (2)

Terminología:

Afirmación universal:	$\ldots \circ \ldots$ $\cdot$ $\Box\varphi, \ldots \circ \ldots$ $\cdot$ $\ldots \circ \ldots$

Para el operador modal (2)

Terminología:

Afirmación universal:	$\ldots \circ \ldots$ $\cdot$ $\Box\,\varphi, \ldots \circ \ldots$ $\cdot$ $\ldots \circ \ldots$
Afirmación existencial:	

Para el operador modal (2)

Terminología:

Afirmación universal:	$\dots \circ \dots$ $\vdots$ $\Box\,\varphi, \dots \circ \dots$ $\vdots$ $\dots \circ \dots$
Afirmación existencial:	$\dots \circ \dots$ $\vdots$ $\dots \circ \dots, \Box\,\varphi$ $\vdots$ $\dots \circ \dots$

Para el operador modal (2)

Terminología:

Afirmación universal:	$\begin{array}{c} \dots \circ \dots \\ \cdot \\ \Box\varphi, \dots \circ \dots \\ \cdot \\ \dots \circ \dots \end{array}$
Afirmación existencial:	$\begin{array}{c} \dots \circ \dots \\ \cdot \\ \dots \circ \dots, \Box\varphi \\ \cdot \\ \dots \circ \dots \end{array}$

Observation importante

Para el operador modal (2)

Terminología:

Afirmación universal:	$\boxed{\begin{array}{c} \dots \circ \dots \\ \vdots \\ \Box\varphi, \dots \circ \dots \\ \vdots \\ \dots \circ \dots \end{array}}$
Afirmación existencial:	$\boxed{\begin{array}{c} \dots \circ \dots \\ \vdots \\ \dots \circ \dots, \Box\varphi \\ \vdots \\ \dots \circ \dots \end{array}}$

Observation importante

- Cada vez que introducimos un nuevo mundo ($\overset{+}{\circ}$) debemos **reactivar** todos las afirmaciones universales previas.

Terminología

Terminología

- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su multi-secuente final *existe un secuente* en el cual *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.

Terminología

- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su multi-secuente final *existe un secuente* en el cual *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.
- **Tabla cerrada**. Una *tabla* está **cerrada** si *todas* sus ramas están *cerradas*.

Terminología

- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su multi-secuente final *existe un secuente* en el cual *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.
- **Tabla cerrada**. Una *tabla* está **cerrada** si *todas* sus ramas están *cerradas*.
- **Rama abierta**. Una *rama* está **abierta** no si *no está cerrada* y *no hay regla* que se pueda aplicar.

Terminología

- **Rama cerrada**. Una *rama* está **cerrada** si en su multi-secuente final *existe un secuente* en el cual *hay una fórmula* que aparece en ambos lados.
- **Tabla cerrada**. Una *tabla* está **cerrada** si *todas* sus ramas están *cerradas*.
- **Rama abierta**. Una *rama* está **abierta** no si *no está cerrada* y *no hay regla* que se pueda aplicar.
- **Tabla abierta**. Una *tabla* está **abierta** si contiene *al menos* una rama abierta.

Para practicar

Utilice el método de **tablas semánticas** para decidir cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas. Si la respuesta es negativa, proporcione un *contraejemplo*.

- $\Box(\varphi \wedge \psi) \models \Box\varphi \wedge \Box\psi$
- $\Box(\varphi \vee \psi) \models \Box\varphi \vee \Box\psi$
- $\Box\varphi \models \Box\Box\varphi$
- $\varphi \models \Box\neg\Box\neg\varphi$
- $\Box\varphi \wedge \Box\psi \models \Box(\varphi \wedge \psi)$
- $\Box\varphi \vee \Box\psi \models \Box(\varphi \vee \psi)$
- $\Box\varphi \models \neg\Box\neg\varphi$
- $\Box\varphi \models \varphi$

Observaciones importantes

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (mundos, valuación y relación) con los requerimientos especificados.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (mundos, valuación y relación) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **epistémica con una relación de equivalencia**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (mundos, valuación y relación) con los requerimientos especificados.

2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **epistémica con una relación de equivalencia**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.

3. Las reglas descritas son **completas** para **encontrar contraejemplos** en lógica **epistémica con una relación de equivalencia**: si una inferencia no es válida, la tabla tendrá al menos una rama abierta (¿por qué?).

Observaciones importantes

1. Una **tabla semántica** intenta construir un modelo (mundos, valuación y relación) con los requerimientos especificados.
2. Las reglas descritas son **completas** para **probar validez** en lógica **epistémica con una relación de equivalencia**: si una inferencia es válida, la tabla será cerrada.
3. Las reglas descritas son **completas** para **encontrar contraejemplos** en lógica **epistémica con una relación de equivalencia**: si una inferencia no es válida, la tabla tendrá al menos una rama abierta (¿por qué?).
4. Las reglas descritas pueden generar **todos los contraejemplos** de una inferencia epistémica no válida **con una relación de equivalencia**.